



**UNIVERSIDAD METROPOLITANA DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y
TECNOLOGÍA**

Decreto Ejecutivo 575 del 21 de julio de 2004 Acreditada mediante Resolución N°15
del 31 de octubre de 2012

MAESTRIA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

**“ENSEÑANZA DE PROCESOS ALGEBRAICOS EN EDUCACIÓN BASICA
(6 A 9) Y EDUCACIÓN MEDIA”**

**TRABAJO DE GRADO COMO REQUISITO PARA OPTAR AL TÍTULO DE
MAGISTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

Deissy Rocío Amaya Jiménez

José Antonio Maita Silva

Panamá Junio, 2021

AGRADECIMIENTOS

Agradezco de manera especial y sincera al profesor Jose Antonio Maita Silva, por su apoyo y confianza en mi trabajo y su capacidad para guiar mis ideas, pues ha sido un aporte invaluable, no solamente en el desarrollo de esta tesis, sino también en mi formación como docente.

Agradezco a los estudiantes del Instituto Técnico Agropecuario Antonio Nariño de Sácama, por su participación activa y aportes para la realización del trabajo de investigación.

A mi hijo Felipe por su comprensión y apoyo, en este proceso de formación personal y profesional.

A mi familia por su apoyo, comprensión y paciencia.

DEISSY AMAYA

RESUMEN

El presente documento se inscribe dentro de la línea de Investigación en Educación y Sociedad en el eje temático en ciencias de la educación de la UMECIT. El propósito principal de esta investigación es evaluar las estrategias didácticas implementadas para el aprendizaje significativo de los procesos algebraicos en los estudiantes de los grados 6 a 11 del Instituto Técnico Agropecuario Antonio Nariño del municipio de Sácama en el departamento de Casanare.

Inicialmente se identifican las dificultades que presentan los estudiantes al usar procesos algebraicos a partir de una prueba diagnóstica. A partir del análisis de esta prueba, se decide elaborar y aplicar diferentes secuencias didácticas teniendo en cuenta el nivel educativo (básica y media). Se diseña bajo el modelo de los sistemas concretos, conceptual y simbólico, teniendo en cuenta la transformación del quehacer docente a partir de la “virtualidad”.

La estructura metodológica de la investigación es (I.A). Dicha investigación permite planificar acciones y medidas que permitan transformar y fortalecer en los estudiantes, el desarrollo de sus capacidades en el manejo de procesos algebraicos, de tal manera que puedan participar activamente en su proceso de enseñanza- aprendizaje. La eficiencia de las secuencias didácticas diseñadas, permitirá en el estudiante una mejor comprensión de los procesos algebraicos. Estas secuencias se analizarán a partir de una prueba escrita.

Si bien es cierto que las secuencias didácticas permitieron que se minimizaran las dificultades que inicialmente presentaron los estudiantes al trabajar con los procesos algebraicos, es importante fortalecer los procesos de investigación en esta área ya que

permite que los estudiantes puedan desempeñarse en diferentes campos del conocimiento, por ejemplo, los financieros, ambientales, políticos, entre otros.

Palabras clave: Procesos algebraicos, sistemas: concreto, conceptual y simbólico.

ABSTRACT

This document is part of the line of Research in Education and Society in the thematic axis in education sciences of the UMECIT. The main purpose of this research is to evaluate the didactic strategies implemented for the significant learning of algebraic processes in students from grades 6 to 11 of the Instituto Técnico Agropecuario Antonio Nariño on Sácama's town in the department of Casanare, Colombia.

Initially, the difficulties that students presented when they used algebraic processes from a diagnostic test are identified. With the analysis of one test, it is decided to create and apply different didactic sequences taking into account the educational level (basic and middle), it is designed under the model of concrete, conceptual and symbolic systems, taking into account the transformation of the teaching task from "virtuality".

The methodological structure of the research is (A. I.). This research allows planning actions and measures to transform and help students develop their skills in the management of algebraic processes, so that they can actively participate in their teaching - learning process. The efficiency of the didactic sequences designed will allow the student a better understanding of algebraic processes. These sequences will be analyzed on the basis of a written test.

Although it is true that the didactic sequences allowed to minimize the difficulties that initially those students presented when they worked with algebraic processes, it is important to strengthen the research processes in this area, since it allows students to perform in different fields of knowledge like financial, environmental, political aspects among others.

Keywords: Algebraic processes, systems: concrete, conceptual and symbolic.

ÍNDICE GENERAL

1.	CAPÍTULO: CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA	1
1.1	DESCRIPCIÓN DE LA PROBLEMÁTICA	1
1.2	FORMULACIÓN DE LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	3
1.3	OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.	3
1.4	JUSTIFICACIÓN E IMPACTO	4
2.	CAPÍTULO: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN	5
2.1	FASES DEL DESARROLLO DEL ALGEBRA:	5
2.2	COGNITIVO	8
2.3	EL SIGNO DE LA IGUALDAD	13
2.4	SUSTITUCIÓN FORMAL	13
2.5	DIDÁCTICO.	14
2.6	SISTEMAS CONCRETOS, CONCEPTUALES Y SIMBÓLICOS	17
2.7	MARCO LEGAL	18
3.	CAPÍTULO: ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LA INVESTIGACIÓN	24
3.1	ENFOQUE PARADIGMATICO	24
3.2	TIPO DE INVESTIGACIÓN	25
3.3	DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN	25
3.4	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS	28
3.5	POBLACIÓN	30
3.5.1	32	
3.5.2	MUESTREO	34
3.6	34	
4.	ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS O HALLAZGOS	36
4.1	PRE TEST	36
4.2	ANALISIS DE LAS SECUENCIA DIDACTICAS.	40
4.3	MATRIZ DE OBSERVACIÓN DE LAS SESIONES	46
4.4	POST TES	49

CONCLUSIONES

51

BIBLIOGRAFÍA.

53

REDF-UMECIT

LISTA DE CUADROS

	Pág.
CUADRO 1. GRADO Y SECUENCIA DISEÑADA.....	26
CUADRO 2. REGISTRO SIMAT	32
CUADRO 3. PARÁMETROS PARA HALLAR LA MUESTRA.....	33
CUADRO 4. CLASIFICACIÓN DE LA POBLACIÓN POR ESTRATOS Y TAMAÑO DE MUESTRA.....	33
CUADRO 5. MATRIZ DE OBSERVACIÓN (CONTENIDO, INTERACCIÓN DIDÁCTICA Y COMPRENSIÓN DEL CONTENIDO).....	46

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
FIGURA 1. TÉRMINOS DE TRADUCCIÓN DE LOS CUATRO LENGUAJES.....	15
FIGURA 2 EJEMPLO DE TRADUCCIÓN DE LENGUAJES.....	16
FIGURA 3. MEDIOS DE COMUNICACIÓN CON LOS ESTUDIANTES.....	27
FIGURA 4. ELEMENTOS ANALIZADAS EN LAS SESIONES.....	29
FIGURA 5. EL NIVEL EDUCATIVO DE LA POBLACIÓN MUNICIPAL SÁCAMA	31
FIGURA 6. ANÁLISIS DE ERRORES COMETIDOS POR ESTUDIANTES.....	37
FIGURA 7 PROTOCOLO UN ESTUDIANTE, QUE EVIDENCIA OMISIÓN DE VARIABLE.....	37
FIGURA 8. PROTOCOLO UN ESTUDIANTE, GENERALIZACIÓN DE REGLAS.....	38
FIGURA 9. PROTOCOLO UN ESTUDIANTE, FALTA DE COMPRENSIÓN DEL TEXTO.....	38
FIGURA 10. PROTOCOLO UN ESTUDIANTE, ERROR RELATIVO AL USO DE RECÍPROCOS.....	39
FIGURA 11. EVIDENCIA ACTIVIDAD DE LA PRIMERA SECUENCIA DIDÁCTICA.....	41
FIGURA 12. EVIDENCIA ACTIVIDAD DE LA SEGUNDA SECUENCIA DIDÁCTICA.....	42
FIGURA 13. EVIDENCIA ACTIVIDAD DE LA TERCERA SECUENCIA DIDÁCTICA.....	43
FIGURA 14. EVIDENCIA ACTIVIDAD DE LA QUINTA SECUENCIA DIDÁCTICA.....	44
FIGURA 15. EVIDENCIA ACTIVIDAD DE LA SEXTA SECUENCIA DIDÁCTICA.....	45
FIGURA 16. EVIDENCIA APLICACIÓN DE POST TEST.....	49
FIGURA 17 COMPARACIÓN DE DIFICULTADES ANTES Y DESPUES DE LA APLICACIÓN DE LAS SECUENCIAS DIDACTICAS.....	50

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO A: Prueba Diagnóstica.....	55
ANEXO B: Plan De Prueba.....	59
ANEXO C: Secuencia Didáctica 1.....	60
ANEXO D: Secuencia Didáctica 2.....	65
ANEXO E: Secuencia Didáctica 3.....	70
ANEXO F: Secuencia Didáctica 4.....	76
ANEXO G: Secuencia Didáctica 5.....	81
ANEXO H: Secuencia Didáctica 6.....	85
ANEXO I: Prueba Final.....	88
ANEXO J: Plan De Prueba.....	91
ANEXO K: Consentimiento Informado.....	92

INTRODUCCIÓN

La matemática es una de las ciencias más antiguas. Sus conocimientos fueron adquiridos por el hombre, ya que, en las primeras etapas del desarrollo, incluso, bajo la influencia de la más imperfecta actividad productiva. A medida que se iba complicando esta actividad cambió y creció el conjunto de factores que influían en su desarrollo (Camero Reinante, Martínez Casanova, & Pérez Payrol, 2016).

La aparición de las teorías matemáticas, ocurre como resultado de la búsqueda de solución a problemas prácticos y de la elaboración de nuevos métodos para su resolución.

A esto hay que añadir que la sociedad actual cada vez más desarrollada tecnológicamente, demanda con insistencia niveles altos de competencia en el área de matemática. En este contexto los procesos algebraicos juegan un papel relevante, como lo enuncia MacGregor (Josetxu Orrantia, 2006) *“los conocimientos básicos de álgebra capacitarán a los estudiantes para:*

- *Sentirse seguros sobre su habilidad para interpretar información expresada en notación algebraica.*
- *Reconocer estructuras y patrones matemáticos y comprender que el álgebra se usa para expresar tales generalidades.*
- *Interpretar y usar fórmulas.*
- *Saber cómo las fórmulas son relativas y derivadas de conjuntos de datos.*
- *Comprender las relaciones entre funciones y gráficas.*
- *Conocer al menos cualitativamente algunas propiedades importantes de las funciones, y las implicaciones para manejar asuntos financieros personales, para entender cuestiones ambientales y para hacer juicios sobre planes y políticas en muchos campos de los negocios y el gobierno.*

- *Comprender cómo pueden usarse notaciones y representaciones para modelar ciertas situaciones y resolver problemas.*
- *Comprender operaciones aritméticas más profundamente para lograr un alcance más seguro de las ideas matemáticas básicas.*
- *Usar herramientas tecnológicas y experimentar el placer de hacer experimentos matemáticos haciendo conjeturas, probándolas en un nivel apropiado y convenciéndose ellos mismos y a otros de que están en lo correcto”*

Si bien es cierto que en el proceso de construcción de los conocimientos matemáticos y en especial de los procesos algebraicos aparecen sistemáticamente errores, que influyen en la adquisición de aprendizajes significativos, se hace necesario que desde el aula se generen espacios donde el estudiante logre crear sus propias generalizaciones a partir de diferentes sistemas de representación (Verbal, Simbólico Geométrico Y Aritmético). Logrando que visualice los procesos algebraicos, como una posibilidad de interpretar el entorno que lo rodea.

1. CAPÍTULO: CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

1.1 DESCRIPCIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

El adelanto del álgebra en los Siglos XVI y XVII y del cálculo diferencial e integral en los Siglos XVII y XVIII mostraron también que la tendencia variacional no se podía refinar sin los sistemas algebraicos y analíticos ni éstos sin aquél. La correlación del pensamiento variacional con el manejo de los sistemas algebraicos muestra que el álgebra es un sistema eficaz de representación y de descripción de fenómenos de variación y cambio y no solamente un juego formal de símbolos no interpretados, por útiles, ingeniosos e interesantes que sean dichos juegos.

Un aspecto significativo en el aprendizaje del álgebra corresponde a la utilización con sentido y al disertación formal de los objetos algebraicos (variables, constantes, parámetros, términos, fórmulas y otras enunciados algebraicas como las ecuaciones e inecuaciones, los sistemas de ecuaciones o de inecuaciones, por ejemplo), para lo cual es oportuno expandir la notación del lenguaje aritmético y utilizar las propiedades características de los sistemas numéricos (como la conmutativa y la asociativa de la adición y la multiplicación y la distributiva de la multiplicación respecto de la adición, o el carácter simétrico y transitivo de la igualdad y el carácter anti simétrico y transitivo de la desigualdad). De esta manera, el cálculo algebraico surge como generalización del trabajo aritmético con modelos numéricos en situaciones de variación de los valores de las mediciones de cantidades relacionadas funcionalmente (E.B.C).

En Colombia, El MEN a través de los lineamientos curriculares propone iniciar su estudio intentando cuantificar la variación por medio de las cantidades y las

magnitudes. Algunos de los núcleos conceptuales matemáticos en los que se encuentra involucrada la variación son:

- *Continuo numérico, reales, en su interior los procesos infinitos, su tendencia, aproximaciones sucesivas, divisibilidad*
- *La Función como dependencia y modelos de función*
- *Las magnitudes*
- *El álgebra.*
- *Modelos matemáticos de tipos de variación, aditiva, multiplicativa, variación para medir el cambio absoluto y para medir el cambio relativo.*

En los lineamientos curriculares se señala además que, “*la variación se encuentra en contextos de dependencia entre variables o en contextos donde una misma cantidad varía*”. Conceptos que promueven en el estudiante actitudes de observación, registro y utilización del lenguaje matemático. El significado sobre la variación puede establecerse a partir de situaciones problema referidas a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica. Adicionalmente algunas herramientas pueden usarse para la comprensión de la variable, como, el uso de tablas, el estudio de patrones, la representación de situaciones concretas, las gráficas cartesianas, los contextos de variación proporcional, entre otras.

Respecto a lo mencionado, se ha observado en estudios recientes (Olmedo, Galíndez, & Peralta, 2015) que las dificultades que presentan los alumnos se deben en su mayoría a que los conceptos previos son insuficientes. Es por esto, que se realizan asociaciones o inferencias incorrectas. Como desconocen o “desatienden” las propiedades de las operaciones, tanto con números reales como con polinomios, los alumnos “inventan” sus propias reglas y las transfieren a nuevas situaciones. Por lo tanto, con preocupación, se evidencia que los estudiantes de secundaria pasan a la universidad con debilidades en los fundamentos algebraicos, especialmente en el

aspecto planteado en esta investigación, y por lo tanto tienen dificultades al aplicar dichos conocimientos.

1.2 FORMULACIÓN DE LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Es la aplicación de estrategias didácticas suficiente para minimizar las dificultades, que presentan los estudiantes de bachillerato del ITAAN de Sácama Casanare al usar procesos algebraicos?

1.3 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.

1.3.1 Objetivo General

Evaluar las estrategias didácticas implementadas para el aprendizaje significativo de los procesos algebraicos en los estudiantes de los grados 6° a 11° en la Institución Educativa Técnico Agropecuario Antonio Nariño de Sácama.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Analizar los resultados de una prueba inicial escrita de matemáticas (pre-test), específica, enfocada a identificar las posibles dificultades que presentan los estudiantes al trabajar procesos algebraicos en grado octavo.
- Diseñar y aplicar seis secuencias didácticas empleando recursos manipulables o herramientas tecnológicas que ayuden a construir significados asociados a los conceptos y procedimientos algebraicos.
- Registrar el proceso de enseñanza- aprendizaje a partir de la ejecución de las

secuencias didácticas e identificar su eficacia.

1.4 JUSTIFICACIÓN E IMPACTO

El lenguaje algebraico es un instrumento del pensamiento algebraico, el cual se desarrollará en la medida que se domine el lenguaje algebraico. La escuela, específicamente el docente, juega un rol fundamental al ofrecer oportunidades de interactuar con este lenguaje y de recibir retroacciones que permitan producir nuevos significados (Serres Voisin, 2011) (Papini, 2006).

De manera análoga a como plantea (Beyer, 2006) la definición de lenguaje matemático, el lenguaje algebraico es aquel que una persona utiliza para transmitir las ideas algebraicas a otras personas y se caracteriza mediante diversas dimensiones tales como la verbal, la simbólica y la gráfica. Los elementos de este lenguaje comúnmente son llamados expresiones algebraicas, fórmulas, ecuaciones, inecuaciones, funciones y sirven para resolver problemas y modelar matemáticamente distintas situaciones.

Partiendo desde esta perspectiva, se hace necesario plantear, aplicar y evaluar estrategias didácticas propias de la matemática, fundamentadas en metodologías que serán novedosas para los estudiantes de bachillerato del ITAAN y permitirán generar en ellos motivación, interés y responsabilidad para construir un aprendizaje significativo frente a los procesos algebraicos y su aplicación en diferentes áreas del conocimiento, y así superar dificultades y afianzar sus objetivos.

Se trata efectivamente de una acción-reflexión en la práctica del docente, ya que permite analizar y evaluar las actividades que se realizan dentro del aula y así identificar las fortalezas que existen y superar las posibles debilidades que se presentan.

La construcción de secuencias didácticas diseñadas a partir de la traducción de lenguajes propios del álgebra (aritmético, habitual, geométrico y algebraico) son un posible modelo que se propone con el fin de explorar diversas formas de enseñar los procesos algebraicos, por lo tanto, se constituye en un material que puede aportar en la adquisición de conocimiento referentes al manejo de procesos algebraicos.

2. CAPÍTULO: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 FASES DEL DESARROLLO DEL ALGEBRA:

El álgebra se caracteriza por sus métodos, que conllevan el uso de letras y expresiones literales sobre las que se realizan operaciones. Está presente en toda la matemática pues cualquier problema termina convirtiéndose en un cálculo más o menos algebraico. En las últimas décadas, el álgebra ha tenido gran relevancia, ya que sus aplicaciones son diversas, los modelos algebraicos se evidencian en áreas como; la economía, la química, la medicina y la física, entre otros, son ejemplos de que enseñar y aprender álgebra es indispensable, y puede estar tanto en las ganancias de una empresa (aplicación de las funciones lineales), como en el lanzamiento de una pelota de fútbol (secciones cónicas), así como en el crecimiento de bacterias (función exponencial).

La primera fase comprende el periodo de 1700 a. C. se caracterizó por la investigación gradual de símbolos y la resolución de ecuaciones. Dentro de esta fase

encontramos un algebra desarrollada por los griegos (300 a. de C.), llamada algebra geométrica, rica en métodos geométricos para resolver ecuaciones algebraicas.

La introducción de la notación simbólica asociada a Viéte (1540-1603) marca el inicio de una nueva etapa el cual, Descartes (1596-1650) contribuye de forma importante al desarrollo de dicha notación. En ese momento, el álgebra se convierte en la ciencia de los cálculos simbólicos y de las ecuaciones. Posteriormente, Euler (1707-1783) la define como la teoría de los “cálculos con cantidades de distintas clases” (cálculos con números racionales enteros, fracciones ordinarias, raíces cuadradas y cubicas, progresiones y todo tipo de ecuaciones) (Zamar, Macoritto, Serrano, & Amaduro, 2011).

Cabe señalar en este periodo, el trabajo de George Peacock (1791- 1858) quien introdujo el “principio de permanencia”, que decía: “todos los resultados del algebra aritmética que se deducen por aplicación de sus reglas, que son generales en su forma, aunque particulares en su valor son igualmente resultados del algebra simbólica, donde son generales tanto en su valor como en su forma”.

Distinguiendo entre algebra aritmética, donde las letras representan números naturales y los signos $+$ y $-$ tiene el significado aritmético ordinario, y el álgebra simbólica, donde siguen actuando las leyes del algebra aritmética, pero se elimina la restricción de los naturales. El principio de permanencia afirmaba que todas las reglas que se verifican en los numerales, por ejemplo, conmutativos y asociativos de la suma y de la multiplicación, y la distributiva de la multiplicación con respecto a la suma, seguían verificándose para todos los demás números u objetos representados por las letras.

Así, la importancia del significado de los símbolos quedó relegada a un segundo término ante la primacía de los símbolos por sí mismos y sus leyes de combinación; por ejemplo, la adicción significara cualquier proceso que se ajuste a determinadas leyes. Hasta este momento, finales del siglo XVIII y primera mitad del siglo XIX, el álgebra era la ciencia de las ecuaciones y su problema fundamental radicaba en la teoría de resolución de ecuaciones algebraicas (Zamar et al., 2011).

En la segunda mitad del siglo XIX el álgebra presentó un notable impulso a grandes matemáticos, entre los cuales destacamos las ideas de Galois (1801-1832) sobre la teoría de ecuaciones algebraicas. Teorías tales como la de grupos, determinantes y matrices, por citar algunas, alcanzaron un profundo desarrollo, todo esto favoreció al nacimiento del álgebra abstracta contemporánea tercera fase llamada algunas veces álgebra moderna. En este periodo se prescindía de los números, de ahí el nombre de abstracta, y los objetos utilizados pueden ser cualesquiera (matrices, vectores, tensores, etc.) sobre los cuales se definen ciertas operaciones que verifican unas determinadas propiedades contrayéndose el álgebra a partir de axiomas previamente definidos.

La notación algebraica presenta también tres periodos

1. Periodo retórico o verbal, en el cual las operaciones se descubrían con palabra. Este periodo se extiende desde los babilonios (1700 a. de C.) hasta Diophante (250 d. de C)
2. Periodo sincopado o abreviado, cuando empieza a utilizarse algunas observaciones para simplificar la resolución de los problemas. Este periodo comienza Diophante y duro hasta comienzos del siglo XVI.

3. Periodo simbólico aparece en el siglo XVI y utiliza diferentes símbolos y signos matemáticos esta notación que fue más o menos más estable en tiempos de Isaac Newton (1642- 1727), se mantiene actualmente sin uniformidad total este periodo coincide con la fase dos anteriormente indicada que, como hemos señalado, está asociada al nombre de Viéte el cual comenzó denotar las letras no solo las incógnitas, sino números dados previamente. (Socas, M y otros, 1989: 38-41)

2.2 COGNITIVO

En la enseñanza y aprendizaje del álgebra, como en la de toda la matemática, nos encontramos con una gran variedad de dificultades. Esta investigación toma la noción de dificultad la planteada por Socas (1997, Pág. 91), quien define las siguientes clases de dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: Unas asociadas a la complejidad de los objetos de las matemáticas, otras asociadas a los procesos de pensamiento matemático, así como las dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas y aquellas que se relacionan con los proceso desarrollo cognitivo de los alumnos y sus actitudes afectivas y emocionales hacia las Matemáticas.

Tomando como referencia la clasificación del proyecto SESM (Strategies and Errors in Secondary Mathematics) llevado a cabo en el Reino Unido entre 1980 y 1983 centró más el interés en analizar la naturaleza de los errores cometidos en algebra por los alumnos que en el tipo de cuestiones que los alumnos resuelven correctamente y, especialmente, en el caso de que tales errores sean cometidos por un amplio número de estudiantes (Zazkis & Liljedahl, 2002). Del análisis de estos errores comunes, observamos que muchos de ellos podían ser atribuidos a aspectos tales como:

A. La naturaleza y significado de los símbolos y las letras:

Los cambios conceptuales tienen incidencia en la consecución de errores. A veces, los alumnos fallan al asumir cambios conceptuales convencionales y se tienen que contentar con conocer que existen situaciones nuevas donde su conocimiento es inadecuado e inapropiado. El mayor cambio conceptual en el aprendizaje del álgebra se centra alrededor de su diferencia con la aritmética: significado de los símbolos e interpretaciones de las letras.

B. El objetivo de la actividad y la naturaleza de las respuestas en álgebra:

El centro de la actividad del alumno en aritmética es hallar soluciones numéricas concretas, sin embargo, en álgebra no es así. El objetivo es la obtención de “relaciones” y “procesos” y la formulación de los mismos en expresiones generales simplificadas. Bien es cierto, que una razón fundamental para obtener tales relaciones y procesos es usarlos como “fórmulas” o “reglas de procedimiento” para resolver problemas adecuados que nos permitan encontrar la solución numérica, pero éste no es el objetivo inmediato. Muchos estudiantes no se dan cuenta y suponen que en cuestiones algebraicas siempre se les exige una solución única y numérica.

La idea sobre la respuesta de término único parece ser la causa de errores cometidos frecuentemente por los alumnos que simplifican una expresión como $3x+5y$ en δxy . Este problema puede aparecer porque los estudiantes tienen una dificultad cognitiva para aceptar la falta de clausura (Collis, 1975) o, simplemente, refleja una situación derivada de la aritmética, referente a lo que se supone debe ser una “respuesta bien dada” (Matz, 1980, Citado por Socas, M y otros 1989; pp. 99-100)

C. La comprensión de la Aritmética por parte de los estudiantes:

El álgebra no está separada de la aritmética; en efecto, aquella es en gran parte aritmética generalizada. De aquí que para entender la generalización de las relaciones y procesos se requiere que estos sean antes asimilados dentro del contexto aritmético. A veces, las dificultades que los estudiantes presentan en el álgebra no son tanto dificultades del álgebra como problemas que se quedan sin corregir en la aritmética. Situaciones de la aritmética donde las ideas de los alumnos influyen en el álgebra son, por ejemplo, las fracciones, el uso de paréntesis, potencias, etc (Oller Marcén & Meavilla Seguí, 2014).

“El signo “-“, sobre todo cuando va colocado delante de un paréntesis o de una fracción, genera frecuentes errores, como $-(a+b) = -a+b$ ”

En este grupo, podemos considerar también los errores obtenidos a generalizaciones incorrectas de propiedades aritméticas, que veremos más adelante. En la mayoría de los errores cometidos en la aritmética, los alumnos reflejan dificultades de la interiorización del concepto o falta de percepción

D. El uso inapropiado de “fórmulas” o “reglas de procedimientos”:

Algunos errores se deben a que los estudiantes usan inadecuadamente una fórmula o regla conocida que han extraído de un prototipo o libro de texto y que usan tal cual la conocen o la adaptan incorrectamente a una situación nueva. Tienden así un puente para cubrir el vacío entre reglas conocidas y problemas no familiares. La mayoría de estos errores se originan como falsas generalizaciones sobre operadores o sobre números.

D1. Errores relativos al mal uso de la propiedad distributiva:

Los primeros errores que encontramos pueden deberse a una aplicación incorrecta de la misma, tal como: $a \cdot (b+c) = a \cdot b + c$

Llegando incluso algunos alumnos a aplicarla correctamente cuando el valor que multiplica está a la izquierda y no saben qué hacer si está a la derecha:

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad (a+c) \cdot c = ?$$

En general, éstos resultan cuando una expresión algebraica es linealmente descompuesta distribuyéndola el operador más dominante en parte de expresiones. Una justificación de estos hechos podría venir de que cuando los alumnos se le expone que:

$$A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C \quad \text{y} \quad A \cdot (B-C) = A \cdot B - A \cdot C$$

Para los cuales fue válido y generaliza esta propiedad. Por esto, es muy importante el resaltar cuando y con respecto a quien se verifica la propiedad distributiva. (SOCAS R, Martín M y otros, 1989:101 - 103)

D2. Errores relativos al mal uso de los recíprocos.

Estos errores resultan generalmente como consecuencia de los errores en aritmética, y que, al sumar fracciones algebraicas, dan como resultado cualquiera de las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{a+b}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{ab}$$

D3. Errores de cancelación.

En este grupo estarían errores de la forma:

$$\frac{Ax+By}{x+y} = A+B$$

D4. Errores debido a falsas generalizaciones.

La necesidad de generalizar sobre números en álgebra surge con muchísima frecuencia, pues permite formular una regla general a partir de un problema- ejemplo con números esenciales.

$$(x-7)(x-5) = 0$$

$$x-7 = 0 \text{ ó } x-5 = 0$$

$$x = 7 \text{ ó } x = 5$$

Aunque el 7 y el 5 no son críticos para el procedimiento, el 0 sí lo es. Los alumnos, sin tener esto en cuenta, lo generalizan dando el siguiente resultado:

$$(x-a)(x-b) = k$$

$$x-a = k \text{ ó } x-b = k$$

$$x = a+k \text{ ó } x = b+k$$

Los tres primeros aspectos generan errores que se originan en la transición conceptual de la aritmética al álgebra, mientras que el cuarto se debe fundamentalmente a falsas generalizaciones sobre operadores o números. (Socas, M y otros, 1989: 96-104)

2.3 EL SIGNO DE LA IGUALDAD

En aritmética el signo “=” se entiende como una acción física. Unas veces para conectar un problema con su resultado numérico, donde una parte es conocida y la otra debe ser completada con el resultado de la ejecución ordenada por la primera.

La presencia en el álgebra del signo “=” como señal de acción no tiende a desaparecer. El álgebra en la escuela tradicional está llena de problemas semejantes donde es interpretada como un sistema de reglas de transformaciones lingüísticas (sintaxis) guiadas automáticamente por una interpretación del signo igual como acción. En este cálculo expresado por una cadena de igualdades aparece un término bien caracterizado y automatizado en el álgebra de la escuela “la reducción” (Socas, M y otros (1989); pp. 24)

2.4 SUSTITUCIÓN FORMAL

La sustitución formal se extiende más allá de la identidad, las transformaciones algebraicas constituyen un poderoso instrumento de cálculo algebraico que está a mitad de camino entre lo puramente formal y un conocimiento explícito de su significado. Las expresiones algebraicas a sustituir deben ser interpretadas estáticamente y aceptadas en las sustituciones solamente dentro de los paréntesis.

La valoración de la comprensión del conocimiento por los estudiantes implica, bajo este marco conceptual, analizar las actividades de los estudiantes para interpretar los procedimientos realizados por los mismos durante la construcción de algún concepto dado.

2.5 DIDÁCTICO.

El álgebra, entendida como el desarrollo de habilidades para manipular letras y símbolos que pueden significar cosas diferentes, y también como construcción de operaciones, expresiones o entidades abstractas a través de relaciones bien definidas, ha sido considerada en los diversos currículos de formas distintas.

Para intentar minimizar la mayor parte de las dificultades de la enseñanza-aprendizaje del álgebra se favorecerá la comprensión algebraica en términos de traducción de lenguajes. Al ser el álgebra un lenguaje de comunicación de ideas abstractas, plantear su enseñanza-aprendizaje en términos de traducción de lenguajes: El “habitual”, el de los “modelos” y el “algebraico”, estimula y favorece el desarrollo de su conocimiento.

Conviene señalar que consideramos en el amplio significado de “modelos”, no solamente a los modelos físicos (balanzas, etc.) o gráficos (figuras, diagramas), sino también a los modelos abstractos (aritmético, etc.).

En este sentido la enseñanza-aprendizaje del algebra se realizará en términos de traducción de los cuatro lenguajes básicos: aritmético, habitual, geométrico y

algebraico, que los consideramos como vértices de un cuadrado que se conexionan entre sí por sus lados y diagonales.

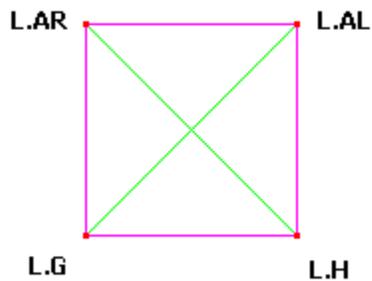


FIGURA 1. TÉRMINOS DE TRADUCCIÓN DE LOS CUATRO LENGUAJES

Fuente: Amaya Deissy (2020)

En ocasiones, el lenguaje geométrico será sustituido por el lenguaje de otros modelos físicos o gráficos e interpretado y usado en el mismo sentido. En la figura 7 se muestra un ejemplo de traducción de lenguajes para el cuadrado de la suma de un binomio.

En matemáticas, al estar los conceptos tan fuertemente jerarquizados, es decir, al existir entre ellos una gran dependencia, los “modelos” generan “esquemas” mentales que facilitan la comprensión de estas abstracciones y permiten progresar en el aprendizaje de nuevos conceptos.

Fundamentalmente se utilizarán en la presentación de un concepto como una herramienta de comunicación de ideas abstractas, ideas que expresadas con el recurso de los “modelos” irán adquiriendo más fácil y adecuadamente los estudiantes. (SOCAS R, Martín M y otros, 1989:116 - 117)

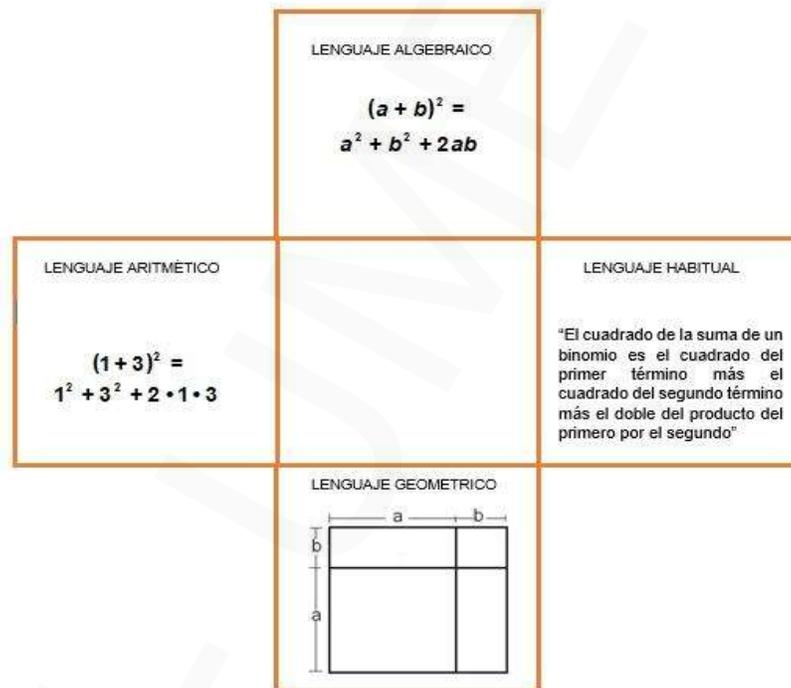


FIGURA 2. EJEMPLO DE TRADUCCIÓN DE LENGUAJES.

Fuente: Amaya Deissy (2020)

Todos los conceptos anteriores constituyen el soporte teórico y práctico que nos ayuda a proponer nuevas formas más efectivas en la enseñanza de temas algebraicos, así como también la experiencia pedagógica vivida en el salón de clase durante el proceso de investigación.

2.6 SISTEMAS CONCRETO

2.7 S, CONCEPTUALES Y SIMBÓLICOS

A. Sistema concreto

El aprendizaje de la matemática se logra a partir de actividades concretas. Se necesita actuar sobre las cosas para comprenderlas. Los sistemas concretos, no necesariamente son objetos materiales, sino que son los sistemas pre-matemáticos o matemáticos que ya maneja el estudiante en alguna forma.

Estos sistemas deben ser familiares para el alumno en su cultura y edad específica para organizar actividades de juego, de ejercicio, de comparación que van a resaltar las regularidades que van a permitir la construcción conceptual respectiva.

En general pueden ser acciones manuales (juegos libres o estructurados) o mentales con conceptos ya conocidos.

B. Sistema conceptual

Es el sistema más importante. En este se realizan operaciones mentales de identificación, diferenciación, representación mental, transformación mental, comparación, clasificación, codificación, descodificación, proyección de realidades virtuales, análisis, síntesis, inferencia lógica, razonamiento analógico, razonamiento

hipotético, razonamiento transitivo, razonamiento silogístico, pensamiento divergente, conceptualización. En general se elabora mentalmente y comprende el concepto, se abstrae.

C. Sistema simbólico

Se escribe, se pinta o se habla. se representa el concepto. Una, vez contruidos los conceptos, el mismo alumno puede desarrollar sistemas simbólicos apropiados, aprender los usuales y aun traducir de unos sistemas simbólicos y otros puesto que ya comprenden lo que quieren decir.

En educación básica es suficiente una mínima simbolización, así sea solo verbal o a lo más con algunos símbolos que sirven de “taquigrafía” de las expresiones verbales, para que esta simbolización ayude a manejar el sistema conceptual, no para estorbar su construcción.

La última etapa de Formalización simbólica con definiciones, axiomas, teoremas puede esperar a la educación media o la universidad.

Una de las funciones de esta metodología es la de determinar la forma de presentar los contenidos a los estudiantes. Específicamente en las matemáticas según Piaget los contenidos deben trabajarse teniendo en cuenta las características y la forma de aprender propias del niño en cada periodo del desarrollo. En el ciclo básico, el niño aprende a partir de la experimentación y la manipulación.

2.8 MARCO LEGAL

Dentro de la Constitución política de Colombia, considerando como marco principal las disposiciones contenidas, se toma como fundamento el contenido del artículo 67 en el que se resalta, el carácter de derecho que tiene la educación, así como la función social que cumple en cuanto a la búsqueda de valores científicos y culturales, los agentes responsables de la educación y los que regulan e inspeccionan la misma.

En la Ley general de Educación, como segundo referente, se toma la ley 115 de 1994, en sus artículos: 4, 5, 20, 21, 22, 23, 76 y 77, los cuales establecen: *“los agentes responsables de promover la calidad y cubrimiento del servicio educativo; los fines de la educación que se articulan con principios constitucionales de conformidad con el artículo 67 de la constitución política de Colombia; el acceso al conocimiento, el desarrollo de habilidades comunicativas”* (Utande, 1994), *“la interpretación y solución de problemas de la vida en diferentes contextos, el conocimiento de la realidad colombiana y la realización de valores propios de nuestra nacionalidad, fomento de la investigación y de los valores éticos y morales del desarrollo humano; los objetivos específicos de la educación, dentro de los que se resalta la ciencia, la investigación, el idioma y los valores; la inclusión de las matemáticas como área obligatoria de la educación; la definición de Currículo como un conjunto de criterios, planes de estudio, metodologías, programas y procesos que contribuyen a la formación integral y por tanto tienen aplicación desde el área de las matemáticas”* (Utande, 1994).

Los lineamientos curriculares fueron formulados en cumplimiento del artículo 78 de la ley general de Educación 115 de 1994. Estos además de contener avanzadas conceptualizaciones en las áreas fundamentales y obligatorias del currículo constituyen un soporte para comprender y manejar los componentes, las competencias y los proyectos pedagógicos. Representan también un intento por elevar la calidad de la

educación democratizando el conocimiento, con la esperanza de servir de ayuda para mejorar los procesos pedagógicos tanto de los profesores como de los estudiantes.

Los lineamientos curriculares pretenden generar procesos de reflexión, análisis crítico y ajustes progresivos por parte de maestros, comunidades educativas e investigadores educativos con miras a estimular un cambio profundo hacia nuevas realidades haciendo posible el progreso humano. Con los lineamientos curriculares se busca atender la necesidad de tener unas orientaciones y criterios nacionales claros sobre los currículos y la función de las áreas al igual que los nuevos enfoques para comprenderlas y enseñarlas (Utande, 1994).

En el caso del área de matemáticas los lineamientos curriculares se proyectan como una propuesta en permanente proceso de cualificación y revisión que gira en torno al mejoramiento de la calidad de la educación matemática. Estos lineamientos proponen una educación matemática que *“relacione los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los estudiantes y que a su vez los presente y enseñe en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista”*.

Los lineamientos de matemáticas organizan el currículo a partir de la consideración de los siguientes tres aspectos:

1. **Los procesos generales:** Están relacionados con el aprendizaje, tales como el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.
2. **Los conocimientos básicos:** Son los procesos básicos que desarrollan el pensamiento matemático y los sistemas propios de las matemáticas. Estos procesos específicos se refieren al desarrollo del pensamiento numérico y sistemas numéricos,

el pensamiento espacial y sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas de medida, el pensamiento aleatorio y sistema de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

3. El contexto: son los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende.

➤ Procesos generales

De acuerdo con los lineamientos curriculares, los procesos generales de la actividad matemática son:

- *La formulación, tratamiento y resolución de problemas*
- *La modelación*
- *La comunicación*
- *El razonamiento*
- *La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.*

El Ministerio de Educación Nacional ha venido trabajando en distintas estrategias y herramientas que conlleven al mejoramiento de la calidad educativa del país y que sean útiles en los establecimientos educativos. Una de estas herramientas son los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) dirigidos a todos los actores del sector educativo para que identifiquen lo que es indispensable que aprendan los estudiantes y se desarrollen las acciones que sean necesarias para garantizarlo. Éstos tienen como finalidad presentar al país un conjunto de aprendizajes fundamentales, alineados con los Estándares Básicos de Competencias, que pueden utilizarse como base para el diseño de programas de estudio coherentes, secuenciados y articulados en todos los grados y

que a su vez, tengan en cuenta las particularidades de la comunidad educativa como la diversidad cultural, étnica, geográfica y social; son un conjunto de saberes fundamentales dirigidos a la comunidad educativa que al incorporarse en los procesos de enseñanza promueven condiciones de igualdad educativa a todos los niños, niñas y jóvenes del país. Se plantean para cada año escolar desde grado primero a grado once, en las áreas de lenguaje y matemáticas y se han estructurado en concordancia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (EBC).

Los DBA por sí solos no constituyen una propuesta curricular puesto que estos son complementados por los enfoques, metodologías, estrategias y contextos que se definen en los establecimientos educativos, en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales y se concretan en los planes de área.

Algunos de los Estándares Básicos de Aprendizaje que se estructuran para el grado octavo establecen:

- ✓ *Comprende sin un lenguaje formal la noción de función como una regla f , que a cada valor x , le asigna un único valor $f(x)$ y reconoce que su gráfica está conformada por todos los puntos $(x, f(x))$. También comprende que una función sirve para modelar relaciones de dependencia entre dos magnitudes.*

- ✓ *Resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa usando razones o proporciones, tablas, gráficas o ecuaciones. En particular sabe que la gráfica que corresponde a una relación de proporcionalidad directa es una recta que pasa por el origen y que la gráfica que corresponde a una relación de proporcionalidad inversa no es una recta.*

- ✓ Realiza diagramas y maquetas estableciendo una escala y explicando su procedimiento. Comprende cómo se transforma el área de una región o el volumen de cierto objeto, dada cierta escala.
- ✓ Reconoce que la gráfica de $y = mx + b$ es una línea recta. Encuentra la ecuación de la recta ($y = mx + b$) que pasa por dos puntos dados y comprende el significado gráfico de m y b .
- ✓ Usa su conocimiento sobre funciones lineales ($f(x) = mx + b$) para plantear y solucionar problemas.
- ✓ Aplica la propiedad distributiva en expresiones simples como $(Ax + B)(Cx + D)$.
- ✓ Utiliza identidades como: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ Para resolver problemas y las justifica algebraica o geométricamente. Reconoce errores comunes como $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.
- ✓ Multiplica, divide, suma y resta fracciones que involucran variables (fracciones algebraicas) en la resolución de problemas.
- ✓ Conoce el teorema de Pitágoras y alguna prueba gráfica del mismo.
- ✓ Conoce las fórmulas para calcular áreas de superficie y volúmenes de cilindros y prismas. Usa representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales para solucionar problemas geométricos.

Como se puede ver, los DBA están en concordancia con los lineamientos curriculares de matemáticas propuestos por el MEN, que establece, “el desarrollo del pensamiento

variacional para la educación básica a partir de la superación de la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual, que involucra conceptos y procedimientos inter estructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las matemáticas donde la variación se encuentra como esencia de ellas”

3. CAPÍTULO: ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 ENFOQUE PARADIGMATICO

El paradigma constructivista según (Ramos, 2015) afirma que el constructivismo es un sustento para la investigación cualitativa, e indican las siguientes afirmaciones como aportaciones principales de este paradigma:

- La realidad se la construye socialmente desde diversas formas de percibirla.
- El saber se construye de forma social por los participantes en el proceso investigativo.
- La investigación no es ajena a los valores del investigador.
- Los resultados no pueden ser generalizados en forma ajena al contexto y el tiempo.

Dentro de la literatura los autores (Guba, E., & Lincoln, 1994) afirman que la relación entre el investigador y el objeto de estudio se basa en una postura subjetivista, donde existe una interacción entre el investigador y el investigado. Los resultados que se encuentran en la investigación basada en el constructivismo son producto de la construcción que realizan tanto el investigado como el investigador. Como la realidad se encuentra dentro de los significados que un grupo humano construye, la forma para

acceder a ella es la interacción subjetiva entre los actores del fenómeno, donde el investigador no es un individuo ajeno, sino que es un miembro más con la misma importancia que el resto de participantes.

2.2 TIPO DE INVESTIGACIÓN

A. Investigación Acción:

Stephen Kemmis (1983) la describe como: “la investigación en la acción es una forma de búsqueda autor reflexiva, llevada a cabo por participantes en situaciones sociales (incluyendo las educativas), para perfeccionar la lógica y la equidad de:

- Las propias prácticas sociales o educativas,
- Comprensión de estas prácticas,
- Las situaciones en las que se efectúan estas prácticas.

Tienen mucha más lógica cuando los participantes colaboran conjuntamente, aunque con frecuencia se realiza individualmente y a veces en colaboración con “gente externa”. En la educación, la investigación –acción se ha empleado en el desarrollo del currículum escolar, en el desarrollo profesional, en programas de perfeccionamiento escolar y en la planificación de sistemas y normativas” (Luna & López, n.d.).

2.3 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

A. Exploración – Fase Diagnostica: El punto de partida para el desarrollo de esta propuesta de investigación fue, una evaluación diagnostica en la que se pretendía evidenciar las dificultades que presentan los estudiantes al trabajar procesos algebraicos, la aplicación de la evaluación se analiza, a partir de investigaciones

relevantes realizadas en torno a las dificultades y errores en el aprendizaje del álgebra, tomando en consideración el Enfoque de Strategies and errors in secondary mathematics (S.E.S.M) (citado por Socas, y otros, en Iniciación al álgebra 1989: 96 - 105) y Radatz (1979).

B. Planificación: La secuencia de enseñanza se trabaja con el propósito de estudiar el tema relacionado con los procesos algebraicos. Lo que se plantea con estas secuencias es que los estudiantes comprendan dichos procesos, además que adquieran habilidad en los procedimientos necesarios para obtener resultados aplicándolos en diferentes contextos.

Hoy vivimos una época extraordinaria por el aislamiento social obligatorio, a causa de una pandemia (SARS-COV-2), que nos cambió la estructura de la interacción social, en especial en el campo de la educación, por lo tanto, se ha dado un giro en los procesos educativos que se manejaban. A partir de esta situación nos vemos en la obligación de transformar los procesos de enseñanza, acercándonos al manejo de la educación “virtual”. Es así como cada agente educativo a partir de las diferentes circunstancias y desde su perspectiva han apoyado la implementación de estrategias de formación, para garantizar la continuidad en los procesos formativos de los educandos.

Para el desarrollo de esta propuesta de investigación se diseñaron diferentes secuencias didácticas, según el nivel, así como se muestra en la siguiente tabla.

GRADOS	SECUENCIAS
SEXTO Y SEPTIMO	<ul style="list-style-type: none"> <li data-bbox="633 1644 1320 1728">➤ Traducción del lenguaje habitual al lenguaje algebraico y viceversa. <li data-bbox="633 1738 1320 1822">➤ Concepto de termino, monomio, polinomio y operaciones de suma y resta de polinomios

OCTAVO Y NOVENO	➤ Multiplicación y división de polinomios
	➤ Cuadrado de la suma de dos cantidades al cuadrado y su diferencia:
	➤ Suma por diferencia de dos cantidades y el cubo de la suma de dos cantidades:
DECIMO	Y Algebra de funciones:
UNDECIMO	➤ Suma, resta, Multiplicación y división

CUADRO 1. GRADO Y SECUENCIA DISEÑADA.
Fuente: Amaya Deissy (2020)

Adicionalmente los canales de comunicación varían con los estudiantes de la siguiente manera:

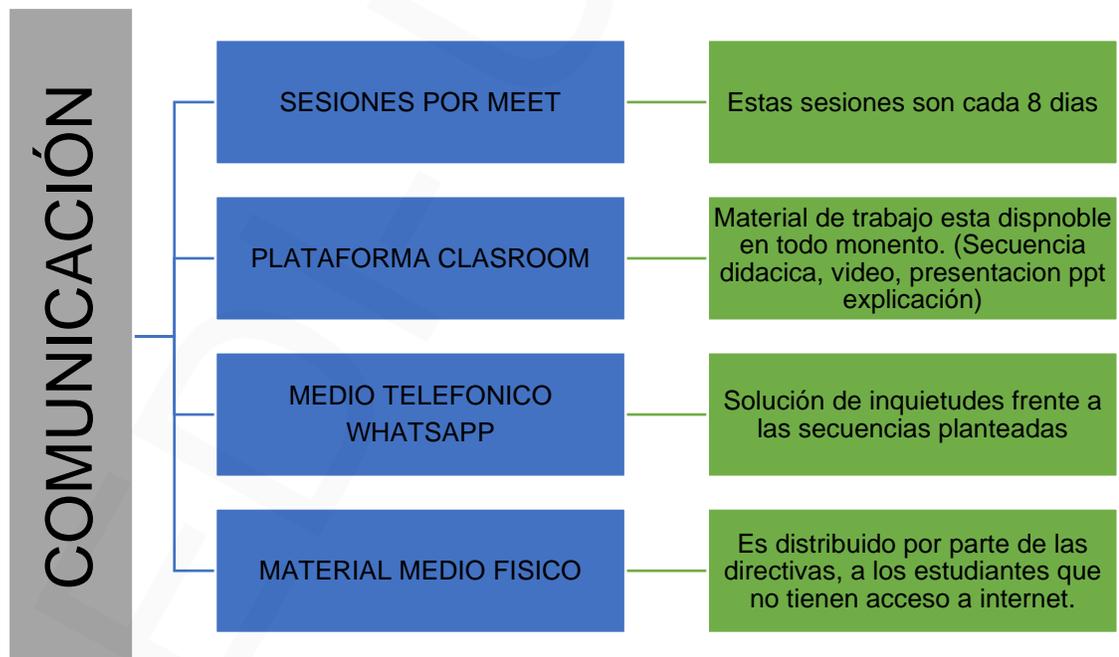


FIGURA 3. MEDIOS DE COMUNICACIÓN CON LOS ESTUDIANTES.

Fuente: Amaya Deissy (2020)

C. Acción: la estrategia metodológica utilizada para el desarrollo de la secuencia de enseñanza es: El enfoque de los sistemas concretos, conceptuales y simbólicos, que desarrolla unos pasos específicos empezando por las situaciones concretas de las cuales se puede construir un sistema conceptual, que a la vez se puede simbolizar con palabras, letras, etc. Las etapas de la dinámica del enfoque de los sistemas son: partir por los **sistemas concretos** (sistemas pre-matemáticos o matemáticos que ya maneja el estudiante de alguna forma), seguir con los **sistemas conceptuales** (se elabora mentalmente y comprende el concepto, se abstrae) por último el **sistema simbólico** (se escribe, se pinta o se habla; se representa el concepto).

En esta etapa se aplican las secuencias didácticas, teniendo en cuenta los diferentes canales de comunicación.

D. Evaluación y Sistematización:

La evaluación es uno de los aspectos más complejos, tanto por la naturaleza misma del proceso de evaluación, como por sus implicaciones en el proceso de estudio y para los estudiantes. Es un proceso continuo con el objetivo de recoger información que sea útil para el profesor para mejorar el desempeño de los alumnos, así como para tratar de mejorar que hacer docente.

Una de las herramientas más usada para evaluar la efectividad de las secuencias didácticas fue una prueba escrita.

2.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

A. Instrumentos Cuantitativos

Pre-tes: evaluación diagnóstica: Según, Pérez R. (1997), la evaluación precisará del diagnóstico para la realización de “pronósticos que permitan una actuación preventiva y que faciliten los juicios de valor de referencia personalizada, además, para personalizar el proceso educativo con objetivos adecuados de nivel y de campo, las técnicas de motivación, las actividades o la metodología. El diagnóstico será, así mismo, un momento clave en todas las situaciones de recuperación, e imprescindible en las de fracaso reiterado que exigen un estudio de casos.”

B. Instrumentos Cualitativos

La observación

La observación como técnica de investigación proporciona diversidad y amplitud de información a través de los datos y eventos registrados. Mediante la observación, el investigador puede comprender la perspectiva de los sujetos implicados en la realidad que investiga, le permite focalizar la atención hacia aquellos eventos, de acuerdo con los propósitos de la investigación, que pueden iluminar el proceso de recolección de información destinada a comprender e interpretar un fenómeno. En otras palabras, la observación está guiada por las intenciones del estudio, los cual determinará la duración, los focos de atención, los medios elegidos y el registro de las observaciones. (Evertson: 1989).

En este estudio, se utilizó la observación en la ejecución de las secuencias didácticas, por cuanto se pretendió, analizar los siguientes puntos.





FIGURA 4. ELEMENTOS ANALIZADAS EN LAS SESIONES.

Fuente: Amaya Deissy (2020)

Revisión De Documentos: La revisión de documentos es uno de los métodos cuantitativos de recolección de datos más utilizados, este proceso es utilizado para recopilar datos después de revisar los documentos existentes, además, es una forma eficiente y eficaz de recopilar datos, además de fortalecer y apoyar la investigación. Se revisaron documentos como: El PEI de la institución.

2.5 POBLACIÓN

Es el conjunto de personas u objetos de los que se desea conocer algo en una investigación. "El universo o población puede estar constituido por personas, animales, registros médicos, los nacimientos, las muestras de laboratorio, los accidentes viales entre otros". (Canales, Alvarado, & Pineda, 1994).

A. CONTEXTUALIZACIÓN INSTITUCIONAL

La Institución Educativa Técnico Agropecuario Antonio Nariño, de carácter oficial, se encuentra ubicada en el municipio de Sácama Casanare, al noroccidente del departamento, a una distancia de 195 Km en ruta de la capital Yopal. El municipio está conformado por ocho (8) veredas: La Casirva, La Colorada, El Sinaí, Sabanalarga, Macueque, Quebrada Negra, Monte Olivo, Guivarin, de las cuales, a excepción de Monte Olivo, Sinaí y Quebrada Negra, existe una sede educativa con sistema multigrado y pertenece a la Institución Educativa Técnico Agropecuario Antonio Nariño, convirtiéndose esta Institución en la única fuente de acceso a la educación en el municipio.

Actualmente la cobertura del servicio educativo se presta a los siguientes estudiantes:

La mayoría de los educandos provienen de familias de estratos 1 y 2 del **SISBEN**, de hogares conformados según el Censo DANE 2005, en un 15, 8% por personas casadas, 42, 9 solteros, 32, 2% en unión libre y el 9.1% por separos/divorciados o viudos. Según este mismo estudio, el 19% de las familias han sido víctimas en algún momento de desplazamiento forzoso por condiciones de violencia y/o de conflicto armado. El nivel educativo de la población municipal es:

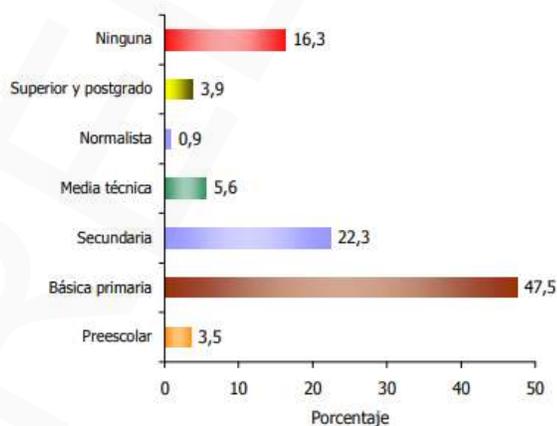


FIGURA 5. EL NIVEL EDUCATIVO DE LA POBLACIÓN MUNICIPAL DE SÁCAMA. REF. DANE

El 47,5% de la población residente en Sácama, ha alcanzado el nivel básico primaria; el 22,3% ha alcanzado secundaria y el 3,9% el nivel superior y postgrado. La población residente sin ningún nivel educativo es el 16,3%. Para este proyecto de investigación se tomó como población los estudiantes matriculados de los grados de sexto a undécimo grado. Según registro SIMAT (Sistema de Matrícula Estudiantil de Educación Básica y Media)

Distribuidos así:

GRADO	CANTIDAD DE ESTUDIANTES	MUJERES	HOMBRES
SEXTO	27	12	15
SEPTIMO	27	14	13
OCTAVO	28	13	15
NOVENO	15	10	5
DECIMO	25	11	14
UNDECIMO	18	7	11
TOTAL	140	67	73

CUADRO 2. REGISTRO SIMAT (SISTEMA DE MATRÍCULA ESTUDIANTIL DE EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA)

Fuente: Amaya Deissy (2020)

2.5.1 MUESTRA

La muestra es un subconjunto o parte del universo o población en que se llevará a cabo en el proceso de investigación, por lo tanto, hay procedimientos para obtener la cantidad de los componentes de la muestra como fórmulas, lógica y otros.

Para población finita (cuando se conoce el total de unidades de observación que la integran): se aplica la siguiente formula:

$$n = \frac{z^2 * p * q * N}{e^2(N-1) + z^2 * p * q}$$

Donde:

N = Total de la población

Z= 1.96 al cuadrado (la confiabilidad es del 95%)

p = proporción esperada (en este caso 5% = 0.05)

q = 1 – p (en este caso 1-0.05 = 0.95)

e = precisión (es de 8%)

PARAMETRO	VALOR
N	140
Z	1,96
p	50%
q	50%
e	10%
n	57

CUADRO 3. PARÁMETROS PARA HALLAR LA MUESTRA.

Fuente: Amaya Deissy (2020)

Por lo tanto, la muestra para la investigación es de 57 estudiantes.

2.5.2 MUESTREO

El Muestreo es un método utilizado para seleccionar a los componentes de la muestra del total de la población. "Consiste en un conjunto de reglas, procedimientos y criterios mediante los cuales se selecciona un conjunto de elementos de una población que representan lo que sucede en toda esa población". (MATA et al, 1997:19). para el caso de esta investigación se tomará como referencia: el muestreo probabilístico estratificado (Luis, 2004).

Este tipo de muestreo se caracteriza por la división de la población en subgrupos o estratos debido a que las variables que deben someterse a estudio en la población presentan cierta variabilidad o distribución conocida que es necesario tomar en cuenta para extraer la muestra. La población estudio será estratificada así:

ESTRATOS	GRADOS	CANTIDAD DE ESTUDIANTES	MUESTRA
1	SEXTO Y SEPTIMO	54	22
2	OCTAVO Y NOVENO	43	18
3	DECIMO Y UNDECIMO	43	18
	TOTAL	140	57

CUADRO 4. CLASIFICACIÓN DE LA POBLACIÓN POR ESTRATOS Y TAMAÑO DE MUESTRA.

Fuente: Amaya Deissy (2020)

2.6 CONSIDERACIONES ETICAS:

El MEN en cumplimiento de sus funciones constitucionales y legales cuenta con bases de datos personales, especialmente de la población matriculada en el sistema educativo de preescolar, básica, media, educación para el trabajo y desarrollo humano y educación superior, la cual ha sido recolectada a través de las secretarías de educación, de las instituciones de educación para el trabajo y desarrollo humano y de las instituciones de educación superior, las cuales han realizado el reporte a los distintos sistemas de información del MEN.

Los datos personales consignados en las bases de datos que conserva el MEN son objeto del siguiente tratamiento: i) recolectar; ii) almacenar; iii) procesar; iv) usar y analizar; y v) transmitir o transferir (según corresponda), atendiendo de forma estricta los deberes de seguridad y confidencialidad ordenados por la Ley 1581 de 2012 y el Decreto 1074 de 2015, con las siguientes finalidades:

- a) Generar, analizar y evaluar datos estadísticos, así como indicadores sectoriales para la formulación y evaluación de políticas en el sector educativo y la toma de decisiones dentro del marco estratégico definido de acuerdo con las funciones asignadas al MEN.
- b) Facilitar la implementación de programas del sector educativo en cumplimiento de mandatos legales.
- c) Soportar procesos de auditoría externa e interna.
- d) Dar respuestas a organismos de control.
- e) Suministrar los datos personales a los titulares o sus representantes legales; las entidades públicas o administrativas en ejercicio de sus funciones legales o por orden judicial y a los terceros autorizados por el Titular o por la ley.

Teniendo en cuenta la normatividad para el tratamiento de datos, es necesario obtener un consentimiento informado por los padres de familia debido a que las poblaciones de estudio en su mayoría son menores de edad, aclarando que los datos registrados solo se usaran con fines netamente para el desarrollo del proyecto:

“ENSEÑANZA DE PROCESOS ALGEBRAICOS EN EDUCACION BASICA (6 A 9) Y EDUCACIÓN MEDIA”.

Para la obtención de consentimiento informado se hizo una reunión inicialmente con los padres de familia de los estudiantes de grado 6 a 9 y de educación media. Quienes permitieron que sus hijos participaran activamente, en del desarrollo de la propuesta de investigación. Firmando el consentimiento informado diseñado para este fin. (Anexo I).

4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS O HALLAZGOS

4
5

4.1 PRE TEST

El diseño de la evaluación se realizó procurando detectar principalmente alguno de los tipos de errores correspondientes a la clasificación de Strategies and errors in secondary mathematics (S.E.S.M), como, por ejemplo: un ítem pretendió detectar errores debido a las dificultades en el lenguaje; otro, errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes; finalmente, en otro inciso se procuró observar errores debidos a asociaciones incorrectas.

El instrumento para la recopilación de información se aplicó a 33 estudiantes del grado 8 del Instituto Técnico Agropecuario Antonio Nariño del municipio de Sácama en el departamento de Casanare. Consistió en una prueba de 7 ítems que pretendía determinar las dificultades que presentan los estudiantes en la interpretación

de los símbolos y letras en álgebra y la aplicación de algunos procedimientos algebraicos. (Anexo A) y (Anexo B)

Se señalan a continuación los resultados obtenidos a partir de la prueba diagnóstica analizando los diferentes tipos de error que pueden presentar los estudiantes según la categoría a la que correspondían y el tipo de error que se pretendía observar mediante este, enunciando los errores encontrados.



FIGURA 6. ANÁLISIS DE ERRORES COMETIDOS POR ESTUDIANTES, PRUEBA DIAGNÓSTICA.

El 70% de los estudiantes ignoran las letras, esta categoría está enmarcada dentro de los errores presentados debido a la naturaleza y significado de los símbolos y las letras, el estudiante no encuentra sentido al uso del lenguaje algebraico, no sabe cómo trabajar con letras, o éstas no tienen significado para él, por lo tanto, las omiten, como se evidencia a partir del siguiente protocolo de un estudiante, cuando se les preguntó el ítem número 5 de la prueba diagnóstica (Anexo A).

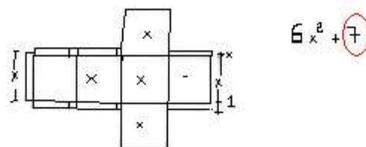


FIGURA 7. PROTOCOLO UN ESTUDIANTE, QUE EVIDENCIA OMISIÓN DE VARIABLE.

El 49% de los estudiantes tienen dificultad en el desarrollo de operaciones básicas (suma resta multiplicación y división) de expresiones algebraicas, esta categoría se encuentra enmarcada dentro de los errores de cancelación, este error se evidencia a partir del siguiente protocolo de un estudiante al desarrollar el ítem número 2 de la prueba diagnóstica (Anexo A).

$$\begin{array}{r} + 2x + 10 \\ 2x - 10 \\ \hline 4x + 80 \end{array} \quad + \begin{array}{r} 30ab \\ 2c + a \\ \hline 60L + ba \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x - 40 \\ 2x - 40 \\ \hline 4x + 80 \end{array}$$

FIGURA8. PROTOCOLO UN ESTUDIANTE, GENERALIZACIÓN DE REGLAS.

El 61% de los estudiantes tienen dificultad en aplicar la propiedad distributiva con respecto a la suma y la resta ya que no aplican correctamente la ley de los signos en la multiplicación, además, tienen dificultad en el concepto de área de un rectángulo.

En general, la mayoría de los alumnos no parece tener demasiados problemas con el significado del signo igual, pues de las respuestas dadas el 67% contestó la respuesta correcta, el 39% restantes tomó una de las ecuaciones y despejó la variable en este caso la X, por lo tanto, no tuvieron en cuenta la pregunta que se les estaba planteando, como se evidencia a partir del siguiente protocolo de un estudiante.

punto =

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{\frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2}{2}$$

$$A = \frac{\frac{1}{6}ab^2 + \frac{1}{12}a^2b^2}{2}$$

$$A = \frac{\frac{1}{24}ab^3}{2}$$

FIGURA 9. PROTOCOLO UN ESTUDIANTE, FALTA DE COMPRENSIÓN DEL TEXTO.

El 40% tienen dificultad en suma de fracciones algebraicas suman términos que no son semejantes, también se observó que les dificulta amplificar fracciones (Anexo A). Los estudiantes no tienen claro el concepto de perímetro y área de un rectángulo y cometen errores relativos al uso de recíprocos, como se evidencia a partir del siguiente protocolo de un estudiante.

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{3}ab + \frac{1}{2}b^2 &= \frac{2+3}{6} = \frac{5}{6}b^2 \\
 \frac{3}{4}a^2 + \frac{2}{3}b^2 &= \frac{9+8}{12} = \frac{17}{12} = \frac{3}{4} \\
 \frac{1}{6}ab - \frac{1}{3}b^2 &= \frac{1-2}{6} = \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

FIGURA 10. PROTOCOLO UN ESTUDIANTE, ERROR RELATIVO AL USO DE RECÍPROCOS.

El error que más se presentó en esta prueba, es que los estudiantes ignoran la letra y la operación, confundiéndola en la gran mayoría de los casos, a causa del discernimiento del significado de los valores simbólicos lo cual tiene que ver con la interpretación del símbolo de la operación.

Es importante realizar una valoración del conocimiento que poseen los estudiantes al realizar la transición de la aritmética al álgebra para corregir aquí las deficiencias y evitar que las trasladen al álgebra y se conviertan en obstáculos para el aprendizaje de la misma.

En el proceso de enseñanza- aprendizaje del algebra es necesario encaminar nuestro que hacer docente a evitar en lo posible que se generen dificultades, por lo tanto, es necesario buscar estrategias que le permitan al estudiante pensar de forma crítica, analizar situaciones que se puedan presentar en diferentes contextos y el medio de solución sean los procesos algebraicos.

6

6.2 ANALISIS DE LAS SECUENCIA DIDACTICAS.

A. PRIMERA SECUENCIA DIDÁCTICA

Traducción del lenguaje habitual al lenguaje algebraico y viceversa: Este primer encuentro se realizó el 10 de agosto a partir de las 8:00 a.m. – 10:00 a.m. Este encuentro se hace de manera virtual, usando la plataforma MEET Y CLASSROOM. se expusieron las reglas de trabajo para crear un ambiente de confianza y tolerancia mutuo, luego de esta pequeña introducción se dio paso a trabajar en la primera secuencia didáctica.

Con esta primera secuencia se buscaba que el estudiante hiciera representaciones simbólicas de expresiones y enunciados orales que se le presenten en un contexto determinado, para ello se usó material didáctico como palitos de colombina y en una hoja se les presentaba una serie de tablas en las cuales tenían que analizar si se presentaba alguna regularidad y expresarla en lenguaje habitual y algebraico y viceversa. (Anexo C)

ACTIVIDAD N°1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Escriba un cuadrado formado por cuatro triángulos del tablero número 1
Por ejemplo:

4	3
3	4

Observe que $4 + 11 = 3 + 14$
¿Se válida esta propiedad para todos los cuadrados de $2^n \times 2^n$?

Los resultados serían diferentes cuadrados:

11	14
14	11

 $11 + 14 = 14 + 11$

16	16
16	16

 $16 + 16 = 16 + 16$

20	20
20	20

 $20 + 20 = 20 + 20$

25	25
25	25

 $25 + 25 = 25 + 25$

30	30
30	30

 $30 + 30 = 30 + 30$

36	36
36	36

 $36 + 36 = 36 + 36$

Los resultados dejan a la conclusión que se válida esta propiedad para todos los cuadrados de $2^n \times 2^n$.

TRABAJO DE LA PROBLEMA COLECTIVA A TRAVÉS DEL TRABAJO DEL GRUPO Y FAMILIA UNO*

*Desarrollado por: Amaya Deissy

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE BUENOS AIRES

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Matemática

Página 2 de 2

FIGURA 11. EVIDENCIA ACTIVIDAD DE LA PRIMERA SECUENCIA DIDÁCTICA.

Fuente: Amaya Deissy (2020)

VIDEO: SECUENCIA DIDACTICA 1.

B. SEGUNDA SECUENCIA DIDÁCTICA

Concepto de termino, monomio, polinomio y operaciones de suma y resta de polinomios: Esta secuencia se realizó el 10 de agosto a partir de las 8:00 a.m. – 10:00 a.m. en esta secuencia se plantearon actividades para que el estudiante de manera significativa explicara y reconociera los elementos que constituyen una expresión algebraica y luego la clasificarla de acuerdo a sus características y las operaciones de suma y resta de polinomios.

Se trabajó con fichas con diferentes polinomios en las cuales el estudiante debía clasificarlas de acuerdo con las características que presentaban dichas expresiones ej. Binomio, polinomio, el grado del polinomio entre otras.

Al trabajar las operaciones de suma y resta se usó diferentes figuras geométricas hechas de cartulina que tenían diferentes dimensiones con las que el estudiante construyó diferentes patrones y luego hallaba el área de dicho patrón visualizando la figura construida con las fichas de cartulina.

En esta actividad los estudiantes participaron activamente ya que el hecho de construir ellos mismos las figuras les generaba más confianza para participar en el desarrollo de la clase. (Anexo D)

Al desarrollar operaciones de suma y resta se tuvo en cuenta el siguiente procedimiento.

- Supresión de paréntesis
- Aplicar propiedad conmutativa
- Aplicar la propiedad asociativa y finalmente la reducción de términos semejantes.



FIGURA 12. EVIDENCIA ACTIVIDAD DE LA SEGUNDA SECUENCIA DIDÁCTICA.

Fuente: Amaya Deissy (2020)

VIDEO: SECUENCIA DIDACTICA

C. TERCERA SECUENCIA DIDÁCTICA

Multiplicación y división de polinomios: Esta secuencia se llevó a cabo el día 24 de agosto 8:00 – 10:00 a.m. En esta secuencia se pretendía que con la ayuda de algunas figuras geométricas construidas por el estudiante se hallara el área de dichas figuras teniendo en cuenta que los lados o alturas de las figuras son expresiones algebraicas.

En la primera actividad se recordó la clasificación de los triángulos y los cuadriláteros y luego se procedió a construirlos, luego de construidos se trabajó el área de cada una de las figuras teniendo en cuenta que las dimensiones de estas figuras eran expresiones algebraicas. Al desarrollar la multiplicación de polinomios se trabajó un ejemplo sencillo en donde el estudiante dedujo el procedimiento de esta operación. (Anexo E)

Estás presentando

Estás presentando tu pantalla a los demás

Operaciones con polinomios

6º) Se repite el procedimiento hasta que el grado del polinomio resto sea menor que el grado del polinomio divisor.

$$\begin{array}{r} x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 30x - 20 \quad | \quad x^2 + 3x - 2 \\ \underline{-x^4 - 3x^3 + 2x^2} \\ -5x^3 - 9x^2 + 30x - 20 \\ \underline{5x^3 + 15x^2 - 10x} \\ 6x^2 + 20x - 20 \\ \underline{-6x^2 - 18x + 12} \\ 2x - 8 \end{array}$$

Operaciones con polinomios

FIGURA 13. EVIDENCIA ACTIVIDAD DE LA TERCERA SECUENCIA DIDÁCTICA.

Fuente: Amaya Deissy (2020)

D. CUARTA SECUENCIA DIDÁCTICA

Cuadrado de la suma de dos cantidades al cuadrado y su diferencia: Esta secuencia se llevó a cabo el día 31 de agosto de 8:00 – 10:00a.m. Para el desarrollo de esta secuencia se utilizó la geometría ya que es muy útil en la comprensión de los conceptos tratados en esta secuencia

A cada estudiante tenía papel iris de diferente color con el que tenía que construir dos tiras de diferente tamaño, luego con cada una de ellas construir el cuadrado respectivo con las dimensiones de las tiras de papel, y formar dos rectángulos con las dimensiones de las dos tiras iniciales, luego con las cuatro figuras formar un cuadrado obteniendo geoméricamente el cuadrado de la suma de dos cantidades. (Anexo F)

E. QUINTA SECUENCIA DIDÁCTICA

Suma por diferencia de dos cantidades y el cubo de la suma de dos cantidades: Esta secuencia se llevó a cabo el día 7 de septiembre de 8:00 – 10 a.m. Para el desarrollo de esta secuencia se continuó con la construcción geométrica para demostrar la suma por la diferencia de dos cantidades, pasando por diferentes sistemas de representación. Así mismo se trabajó con el cubo de la suma de dos cantidades. (Anexo G)

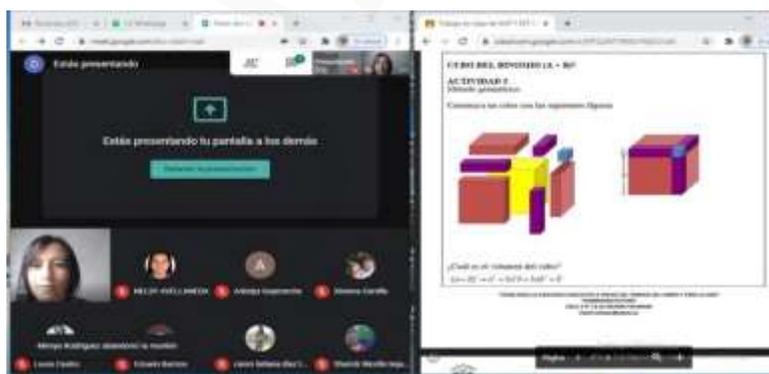


FIGURA 14. EVIDENCIA ACTIVIDAD DE LA QUINTA SECUENCIA DIDÁCTICA.
Fuente: Amaya Deissy (2020)

VIDEO: SECUENCIA DIDACTICA 5

F. SEXTA SECUENCIA DIDÁCTICA

Algebra de funciones (operaciones entre funciones): esta secuencia se llevó a cabo el día 14 de septiembre de 8:00 – 10 a.m. para el desarrollo de esta secuencia se trabajará con herramientas como Excel para hacer más fácil el análisis y las gráficas de las diferentes funciones. (Anexo H)

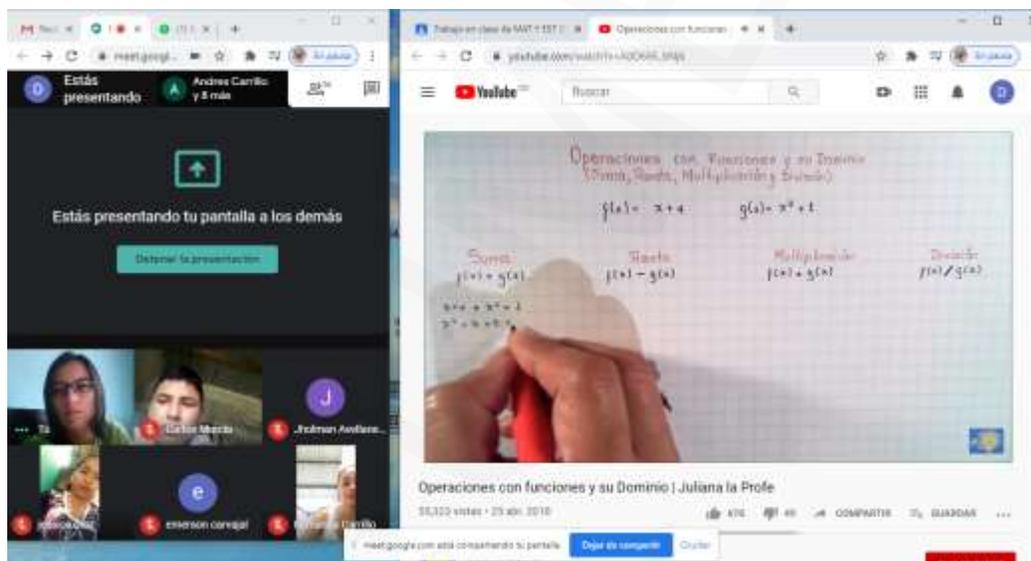


FIGURA 15. EVIDENCIA ACTIVIDAD DE LA SEXTA SECUENCIA DIDÁCTICA.

Fuente: Amaya Deissy (2020)

VIDEO: SECUENCIA DIDACTICA 6

6.3 MATRIZ DE OBSERVACIÓN DE LAS SESIONES

ORGANIZACIÓN DE CONTENIDOS				
FECHA	Dominio conceptual	Estándar a alcanzar	Conceptos y procedimientos involucrados	Secuencia didáctica
10/08/2020	Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	Construye expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. Relacionar polinomios con propiedades geométricas de figuras planas y espaciales	Traducción del Lenguaje habitual al Lenguaje algebraico y viceversa Concepto de término, monomio, polinomio y operaciones de suma y resta con polinomios.	Sistemas concretos conceptuales simbólicos. Sistemas concretos conceptuales simbólicos.
17/08/2020	Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	Construye expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. Relacionar polinomios con propiedades geométricas de figuras planas y espaciales	Multiplicación y división de polinomios Cuadrado de la suma de dos cantidades y cuadrado de la diferencia de dos cantidades	Sistemas concretos conceptuales simbólicos. Sistemas concretos conceptuales simbólicos.
24/08/2020	Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	Construye expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. Relacionar polinomios con propiedades geométricas de figuras planas y espaciales	Suma por diferencia de dos cantidades y el cubo de suma o diferencia de dos cantidades.	Sistemas concretos conceptuales simbólicos.
31/08/2020	Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	Resuelve operaciones con funciones y las representa gráficamente usando la herramienta Excel	Operaciones entre funciones (suma, resta, multiplicación y división)	Sistemas concretos conceptuales simbólicos.

INTERACCIÓN DIDÁCTICA

FECHA	Rol del profesor	Rol de los estudiantes	Actitudes de los estudiantes
10/08/2020	Promover la participación de los estudiantes de manera activa.	Los estudiantes trabajan analizando y desarrollando las actividades propuestas observando generalidades presentes en las mismas y traduciendo del lenguaje habitual al lenguaje algebraico.	Trabajaron de manera activa ya que las actividades fueron desarrolladas de manera didáctica Trabajaron de manera activa ya que el hecho de construir sus propios patrones de manera creativa para sumar polinomios fue muy significativo para ellos.
17/08/2020	Promover la participación de los estudiantes de manera activa.	Los estudiantes trabajaban individualmente construyendo figuras geométricas. Recordar la clasificación de los triángulos y cuadriláteros, luego construirlos en papel iris y hallar el	En su mayoría participaron en la construcción de las figuras geométricas. Trabajaron de manera activa y la mayoría logró deducir la fórmula del cuadrado de la suma de dos cantidades y su diferencia debido a la manipulación de las figuras geométricas, algunos estudiantes preguntan lo que no entendían.
24/08/2020	Promover la participación de los estudiantes de manera activa.	área de cada uno teniendo en cuenta que las dimensiones de las figuras son expresiones algebraicas	Algunos estudiantes participan en la solución de las actividades planteadas pasando al tablero o contestando las preguntas que hacía el docente
31/08/2020	Promover la participación de los estudiantes de manera activa.	Construir geoméricamente y deducir la fórmula del cuadrado de la suma de dos cantidades y su diferencia y aplicarlo en la solución de ejercicios, pasando por los diferentes sistemas de representación. Deducir la fórmula de la suma por la diferencia de dos cantidades y el cubo de la suma y diferencia de dos	Están activos en proceso de explicación referente a la construcción de gráficos a partir del programa Excel.
07/09/2020	Promover la participación de los estudiantes de manera activa.	cantidades usando diferentes sistemas de representación.	
14/09/2020	Promover la participación de los estudiantes de manera activa.	Usar herramientas que les permitan minimizar el tiempo en construcción de gráficas, deducidas a partir de las operaciones entre funciones.	

COMPRENSIÓN DEL CONTENIDO			
FECHA	Participación activa en su propio aprendizaje.	¿Hubo algún bloqueo en alguna situación?	dificultades presentadas
10/08/2020	El estudiante es capaz de traducir del lenguaje habitual al lenguaje algebraico sin mayores dificultades.	No	Algunos estudiantes se les dificulta evaluar o reemplazar una letra por un valor determinado. El hecho de usar las figuras geométricas en la suma y resta de polinomios es una estrategia que genera buenos resultados, además lograron clarificar el concepto de área y perímetro. A algunos estudiantes se les dificulta identificar los términos semejantes.
17/08/2020	El estudiante participa activamente en su propio aprendizaje.	No	Es indispensable que al trabajar con material didáctico el estudiante no lo use con fines diferentes a los planteados. Algunos estudiantes no tienen en cuenta los signos al aplicar la propiedad distributiva.
24/08/2020	El estudiante participa activamente en su propio aprendizaje.	No	Algunos confunden las partes que constituyen la división (divisor, cociente y resto)
31/08/2020	El estudiante participa activamente en su propio aprendizaje.	No	Algunos estudiantes cometen errores debido a falsas generalizaciones y errores de cancelación. Aun se presentan errores debido al mal uso de la propiedad distributiva.
07/09/2020	El estudiante participa activamente en su propio aprendizaje.	No	El cubo de la suma o diferencia de dos cantidades no lo asimilan en su totalidad.
14/09/2020	El estudiante participa activamente en su propio aprendizaje.	No	Es natural que se presenten dificultades en el manejo de la herramienta Excel.

CUADRO 5. MATRIZ DE OBSERVACIÓN (CONTENIDO, INTERACCIÓN DIDÁCTICA Y COMPRENSIÓN DEL CONTENIDO)

Fuente: Amaya Deissy (2020)

6.4 POST TEST

Para evaluar la efectividad de las secuencias didácticas, se aplica un post test, con el fin de identificar si las dificultades encontradas en el diagnóstico aún persiste o se logra disminuir su porcentaje, para ello se tomaron como referencia las siguientes dificultades. (Anexo I) (Anexo J)



FIGURA 16. EVIDENCIA APLICACIÓN DE POST TEST.
Fuente: Amaya Deissy (2021)

Dificultad 1: Evaluar o reemplazar una letra por un valor específico en una expresión algebraica.

Dificultad 2: Cometan errores de cancelación.

Dificultad 3: Manejo inadecuado de las cuatro operaciones fundamentales y leyes de los signos al aplicar la propiedad distributiva.

Dificultad 4: Cometan errores debido al mal uso de recíprocos ya que se les dificulta identificar términos semejantes.

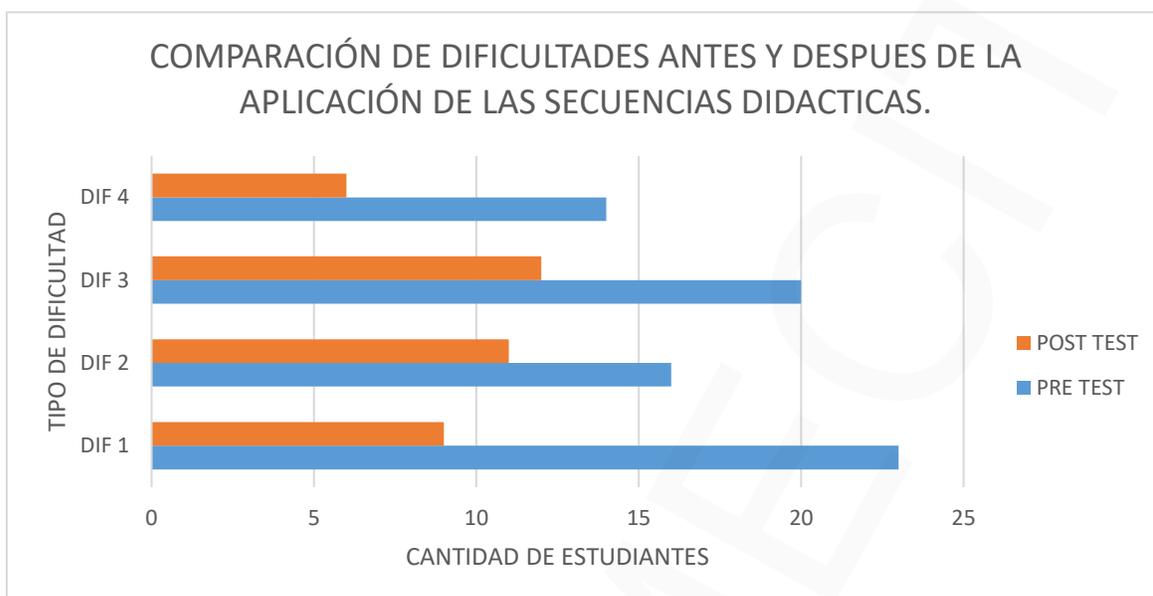


FIGURA 17 COMPARACIÓN DE DIFICULTADES ANTES Y DESPUÉS DE LA APLICACIÓN DE LAS SECUENCIAS DIDÁCTICAS

Fuente: Amaya Deissy (2020)

	PRE TEST	POST TEST	%	%	DIF
DIF 1	23	9	70	27	42
DIF 2	16	11	48	33	15
DIF 3	20	12	61	36	24
DIF 4	14	6	42	18	24

Al hacer el análisis referente al proceso de evaluar o reemplazar una letra por un valor específico en una expresión algebraica, se redujo de manera significativa en un 42%.

En un 15 % se logró disminuir la dificultad que se presenta al hacer procesos de cancelación.

Se evidencia que luego de aplicadas las secuencias didácticas los estudiantes logran en un 76% manejar las cuatro operaciones fundamentales y leyes de los signos al aplicar la propiedad distributiva, adicionalmente no se les dificulta el uso de recíprocos.

CONCLUSIONES

En esta investigación se presentan las conclusiones a partir de evaluar las secuencias didácticas basadas en los sistemas concreto conceptual y simbólico, para fortalecer los procesos algebraicos a partir de traducción de lenguajes, en los estudiantes de grados sexto a once del Instituto Técnico Agropecuario Antonio Nariño de Sácama. Es posible concluir que:

Las acciones concretas realizadas a través de las secuencias didácticas, permitieron observar y crear una nueva perspectiva referida al uso de los procesos algebraicos, teniendo en cuenta que estos procesos se manejan durante todos los grados de escolaridad, permitiéndole a los estudiantes generar un pensamiento más racional y lógico que involucra otros tipos de pensamiento, que relacionan elementos de cambio y variación para crear soluciones. Por tanto, se construyeron las secuencias a partir de los sistemas concreto conceptual y simbólico con el fin de tener una mejor comprensión de los conceptos y procedimientos para el aprendizaje de contenidos algebraicos.

Cuando se hace la intervención didáctica a través de material concreto o manipulable, los estudiantes respondieron positivamente a esa influencia en la enseñanza de los procesos algebraicos, generó expectativas en cuanto a la relación existente que generaba la traducción de los lenguajes (aritmético, habitual, geométrico y algebraico), comprendiendo la relación existente entre estos. Así mismo les permitió asimilar con mayor facilidad los conceptos y proceso algebraicos que se desarrollaron en las diferentes secuencias didácticas.

Si bien es cierto que las secuencias didácticas permitieron que se minimizaran las dificultades que presentaban inicialmente los estudiantes al trabajar con los procesos algebraicos, es importante fortalecer los procesos de investigación en esta área ya que permite que los estudiantes puedan desempeñarse en diferentes campos del conocimiento. (financieros, ambientales, políticos, etc.)

Finalmente, hay que destacar que, a pesar de las dificultades en el proceso de comunicación con los estudiantes, la experiencia de trabajar de manera virtual fue muy enriquecedora y satisfactoria para todos, la participación de los estudiantes, la motivación en las clases, el interés por aprender, fueron aspectos positivos.

e. BIBLIOGRAFÍA.

ARZAQUIEL, Grupo. (1993) “Ideas y Actividades para enseñar álgebra” Madrid. Editorial Síntesis S.A.

Beyer, W. (2006). *El Laberinto del Significado: La Comunicación en el Aula de Matemáticas. En: D. Mora y Serrano, W. (Eds.)*. Retrieved from http://www.crecerysonreir.org/docs/matematicas_teorico.pdf.

Camero Reinante, Y., Martínez Casanova, L., & Pérez Payrol, V. B. (2016). El desarrollo de la Matemática y su relación con la tecnología y la sociedad. Caso típico. *Revista Universidad y Sociedad*, 8(1), 97–105.

Canales, F. H., Alvarado, E. L., & Pineda, E. B. (1994). Metodología de la investigación. Manual para el desarrollo de personal de salud. *Metodología de La Investigación*, 232.

Guba, E., & Lincoln, Y. (1994). Paradigmas en pugna en la investigación cualitativa. In N. Denzin, & I. Lincoln, Handbook of Qualitative Research. *Manual de Investigación Cualitativa*, pp. 105–117. Retrieved from http://sgpwe.izt.uam.mx/pages/egt/Cursos/MetodoLicIII/7_Guba_Lincoln_Paradigmas.pdf

Josetxu Orrantia. (2006). *DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS: UNA PERSPECTIVA EVOLUTIVA* (Vol. 23). Vol. 23. Universidad de Salamanca.: en el Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación.

Luis, P. (2004). Población Muestra Y Muestreo. *Punto Cero*, 09(08), 69–74.

Luna, E. B. De, & López, J. E. (n.d.). EL PROCESO DE INVESTIGACIÓN EDUCATIVA II : Índice : *FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN UNIVERSIDAD DE GRANADA Índice:*, Luna, E. B. De, López, J. E. (n.d.). EL

PROCESO.

- Oller Marcén, A., & Meavilla Seguí, V. (2014). Entre la aritmética y el álgebra. Un análisis histórico de los “problemas de grifos.” *Educación Matemática*, 26(1), 103–126.
- Olmedo, N., Galíndez, M., & Peralta, J. (2015). Errores y concepciones de los alumnos en álgebra. *XIV CIAEM-IACME*. Chiapa, Mexico.
- Papini, M. C. (2006). *Algunas explicaciones vigotskianas para los primeros aprendizajes del álgebra* *Revista* (Vol. 6, pp. 41–71). Vol. 6, pp. 41–71. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*.
- Ramos, C. A. (2015). Los paradigmas de la investigación científica. *Avances En Psicología*, 23(1), 9–17. <https://doi.org/10.33539/avpsicol.2015.v23n1.167>
- Serres Voisin, Y. (2011). Iniciación del aprendizaje del álgebra y sus consecuencias para la enseñanza. *Sapiens*, Vol. 12, pp. 122–142. Venezuela: *Revista Universitaria de Investigación*.
- Utande, M. (1994). ley 15 de febrero 8 general de educación. *Revista de Educación*.
- Zamar, A., Macoritto, I. A., Serrano, I. E., & Amaduro, P. I. (2011). Ecuaciones y Funciones Lineales y Cuadráticas Sistema de Ecuaciones. *Universidad Nacional de Salta: Facultad de Ingeniería*. Retrieved from http://www.unsa.edu.ar/srmrf/web/_Visitante/articulacion/MePreparo2011/4_5_EcuacionesFunciones.pdf
- Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49(3), 361–378. <https://doi.org/10.1023/A:1020291317178>

REDI-UMECIT

ANEXO A
PRUEBA DIAGNOSTICA
INSTITUTO TÉCNICO AGROPECUARIO ANTONIO NARIÑO
AREA: MATEMATICAS

NOMBRE _____ GRADO _____
FECHA Y HORA _____

OBJETIVO: Identificar la apropiación de conocimientos y procesos de algebra que utilizan los estudiantes del grado octavo, del INSTITUTO TÉCNICO AGROPECUARIO ANTONIO NARIÑO SACAMA.

INSTRUCCIONES GENERALES

1. La prueba está estructurada de la siguiente manera:
 - Preguntas de selección múltiple con única respuesta.
 - Para cada pregunta se presentan cuatro alternativas de respuesta de las cuales solo una es correcta.
 - Encierre en una circunferencia la letra que corresponde a la respuesta correcta.
2. Realice los procedimientos necesarios y operaciones en la hoja en blanco.
3. El tiempo disponible para contestar la prueba es de 60 minutos

SELECCIÓN MÚLTIPLE CON ÚNICA RESPUESTA

RESPONDA LA PREGUNTAS 1,2 y 3 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Luís pintó un mural que tiene 760 cm de perímetro; sus medidas se muestran en la siguiente figura.



1. La expresión asociada al largo del mural: $2x - 40$, se puede Interpretar como
 - A. el largo tiene 40 cm menos que el doble de su ancho
 - B. el largo excede en 40 cm al valor del ancho
 - C. el ancho al cuadrado, menos 40 cm, es igual al largo

D. 40 cm menos dos veces el ancho es el valor del largo

2. ¿Cuáles son las medidas en centímetros del mural?

A. largo: 150, ancho: 190

B. largo: 210, ancho: 250

C. largo: 240, ancho: 140

D. largo: 230, ancho: 190

3. El área que utilizó Luis para pintar el mural es

A. $2[(2x - 40) + x]$

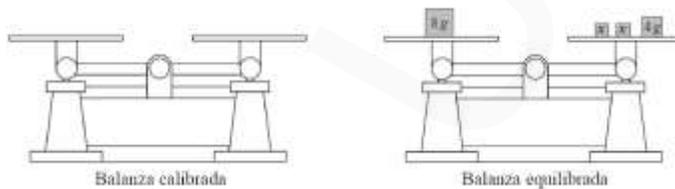
B. $2x^2 - 40x$

C. $(2x) \times x - 40$

D. $x^2 - 40x$

RESPONDA LA PREGUNTA 4 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Observa el siguiente dibujo de una balanza, primero vacía y luego con bloques.



4. ¿Con cuál de las siguientes ecuaciones se puede calcular el peso que tiene cada bloque marcado con x ?

A. $2x + 4 = 8$

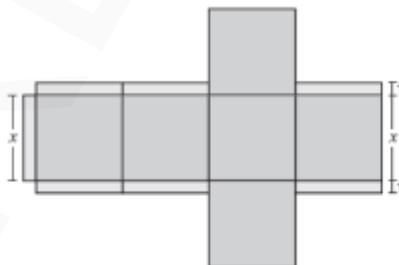
B. $x + 4 = 8$

C. $2x = 8 + 4$

D. $x = 4 + 8$

RESPONDA LA PREGUNTA 5 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

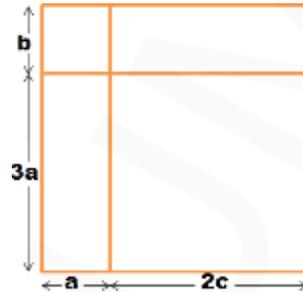
Para empacar artículos, una empresa construye cajas de forma cúbica, de cartón, con tapa y de arista usando el siguiente diseño.



5. La expresión que permite determinar la mínima cantidad de material requerido para la construcción de cada caja es

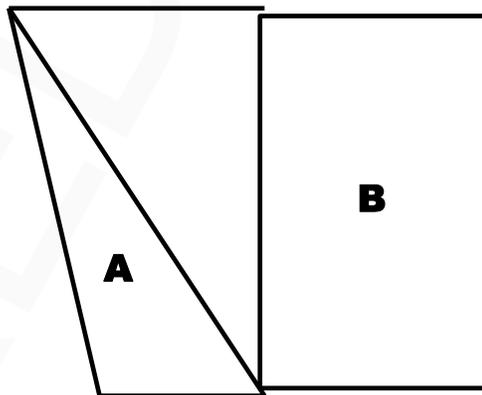
- A. $6x^2 + 7x$
 B. $6x^2 + 7$
 C. $3x(x + 2) + 3x^2$
 D. $3(x + 2)^2 + 3x^2$

6. Las dimensiones del rectángulo son largo: $a+2c$, ancho: $3a+b$. La expresión algebraica que permite determinar el área es de la siguiente figura es:



- A. $3a^2 - 2a + 6ab - 4b$
 B. $3a^2 + ab + 6ac + 2bc$
 C. $a^2 + ab + bc + ad$
 D. $a^2 + 2ab + b^2$

7. La expresión algebraica que permite determinar el perímetro del triángulo A y del rectángulo B de la siguiente figura es:



A. $a^2 - \frac{1}{6}ab + \frac{4}{5}b^2; -0.1a^2b + a^2b^2 + 0.1b^3$

B. $\frac{3}{9}a^2 - \frac{1}{6}ab^2 + \frac{4}{9}b^2; 0.1a^2b + ab^2 + 0.15a^3 + 6$

C. $\frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{6}ab + \frac{5}{6}b^2; 0.8a^3 + 2a^2b + 0.8ab^2 + 1.8b^3$

D. $\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{6}ab + \frac{5}{9}b^2; 0.8a^3b + 2a^2b + 0.8b^2 + 3.8b^3$

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

“La educación debe brindar muchos conocimientos
Y habilidades, pero, sobre todo, la posibilidad
de ser un mejor ser humano”.

ANEXO B
PLAN DE PRUEBA

# ITEM	SUBTEMA	INTENCIÓN TIPO DE ERROR
1	NATURALEZA SIGNIFICADO SÍMBOLOS Y LETRAS	Y DE Se pretende encontrar si los estudiantes tienen problemas de falta de interpretación de los símbolos o letras en el algebra
2 Y 5	OPERACIONES POLINOMIOS	CON Se pretende encontrar si los estudiantes tienen problemas de falta de clausura de las operaciones en algebra, o si ignoran las letras.
3 Y 6	PROPIEDAD DISTRIBUTIVA	Se pretende identificar los errores cometidos por el estudiante al aplicar la propiedad distributiva con respecto a la suma en operaciones con polinomios. Se pretende encontrar si el estudiante comete errores debido a falsas generalizaciones sobre números.
4	IGUALDADES	Se pretende encontrar si el estudiante comprende el significado del signo igual en algebra
7	OPERACIONES FRACCIONARIOS DECIMALES	CON Y Se pretende encontrar si el estudiante comete errores relativos al uso de recíprocos.

ANEXO C

SECUENCIA 1																	
GUIA PEDAGOGICA																	
SEDE: Centro	SEMANA ACADÉMICA: Del 10 al 21 de Agosto	PERIODO: 2															
NOMBRE DEL DOCENTE: Deissy Rocío Amaya Jiménez																	
GRUPO: Grado 6 Y 7	ASIGNATURA: MATEMÁTICA																
TEMA: traducción del lenguaje habitual al lenguaje algebraico y viceversa.	ESTÁNDAR: ➤ Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada																
INDICADOR DE DESEMPEÑO: ➤ Comprender la utilización de letras para representar números desconocidos, variables y relaciones ➤ Traducir situaciones del lenguaje natural al algebraico y viceversa																	
INTRODUCCIÓN Magia con álgebra Para esto necesitarás una hoja de papel y en lugar de varita mágica un lápiz. Mucha imaginación ¿Listo? Se le darán las siguientes instrucciones al estudiante. 1) Piense un número 2) Al número que pensó le súmale el número que sigue. 3) Al resultado del paso anterior súmale 9. 4) Divida el resultado entre 2 5) A lo que quedó réstale el número que pensaste. El número que quedó es 5 Algunos ejemplos que darán los estudiantes <table><tbody><tr><td>Por ejemplo 7</td><td>Por ejemplo 10</td><td>Por ejemplo 5</td></tr><tr><td>$7+8=15$</td><td>$10+11=21$</td><td>$5+6=11$</td></tr><tr><td>$15+9=24$</td><td>$21+9=30$</td><td>$11+9=20$</td></tr><tr><td>$24/2=12$</td><td>$30/2=15$</td><td>$20/2=10$</td></tr><tr><td>$12- 7=5$</td><td>$15- 10=5$</td><td>$10- 5=5$</td></tr></tbody></table> ¿Impresionado? ¿Se puede expresar el proceso en forma algebraica?			Por ejemplo 7	Por ejemplo 10	Por ejemplo 5	$7+8=15$	$10+11=21$	$5+6=11$	$15+9=24$	$21+9=30$	$11+9=20$	$24/2=12$	$30/2=15$	$20/2=10$	$12- 7=5$	$15- 10=5$	$10- 5=5$
Por ejemplo 7	Por ejemplo 10	Por ejemplo 5															
$7+8=15$	$10+11=21$	$5+6=11$															
$15+9=24$	$21+9=30$	$11+9=20$															
$24/2=12$	$30/2=15$	$20/2=10$															
$12- 7=5$	$15- 10=5$	$10- 5=5$															

Nosotros no sabemos cuál es el número que pensaste. Es una incógnita así que le llamaremos x .

Ahora hay que sumarle el número que sigue, o sea, $x+1$. Así la suma que se hace es $x + (x+1) = 2x + 1$.

Ahora hay que sumar nueve, así que tenemos que hacer $2x + 1 + 9$ que es igual a $2x + 10$.

Hay que dividir el resultado entre 2.

Entonces: $(2x + 10) / 2 = x + 5$

Y, finalmente, hay que restar el número que habías pensado. Es decir, hay que resolver: $x + 5 - x$. Pero curiosamente el resultado de esta operación da 5. Así que el número que te quedó es 5.

ACTIVIDAD N°1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

*	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Escojan un cuadrado formado por cuatro números del tablero número 1

Por ejemplo:

4	5
14	15

Obsérvese que $4 + 15 = 5 + 14$

¿Es válida esta propiedad para todos los cuadrados de 2×2 ?

Los estudiantes escogerán diferentes cuadrados:

53	54
63	64

$$53 + 64 = 63 + 54$$

55	56
65	66

$$55 + 66 = 65 + 56$$

59	60
69	70

$$59 + 70 = 69 + 60$$

35	36
45	46

$$35 + 46 = 45 + 36$$

19	20
29	30

$$19 + 30 = 29 + 20$$

39	40
49	50

$$39 + 50 = 49 + 40$$

Los estudiantes llegaron a la conclusión que es válida esta propiedad para todos los cuadrados de 2×2

¿Se puede expresar este proceso en forma algebraica? Si se puede como lo harian.

X	x+1
x+10	x+10+1

$$X+(x+10+1)=(x+1)+(x+10)$$

Tomando la tabla numero 2

¿Es válida esta propiedad para todos los cuadrados 2*2 usando la tabla número 2?

Los estudiantes intentaran verificar la propiedad de la siguiente manera.

4	6
6	9

$$4+9=6+6$$

8	12
10	15

$$8+15=10+12$$

12	14
18	21

$$12+21=18+14$$

Los estudiantes llegarán a la conclusión que no se verifica la propiedad para el tablero número 2, sin embargo, los estudiantes concluirán que:

4	6
6	9

$$4*9=6*6$$

8	12
10	15

$$8*15=10*12$$

12	14
18	21

$$12*21=18*14$$

Para cualquier cuadrado de 2*2

¿Cómo escribirás este proceso en forma algebraica?

ab	a(b+1)
(a+1)b	(a+1)(b+1)

$$Ab(a+1)(b+1)=a(b+1)(a+1)b$$

ACTIVIDAD Nª 2

Se trabajará individualmente

En esta actividad se pasará del lenguaje habitual al lenguaje algebraico.

Se presentará la siguiente imagen número 3.



El largo de un campo de fútbol es el doble del ancho más 10 metros

¿Esta información podría expresarse de otra forma?

Largo = 2 ancho + 10 m (de manera habitual)

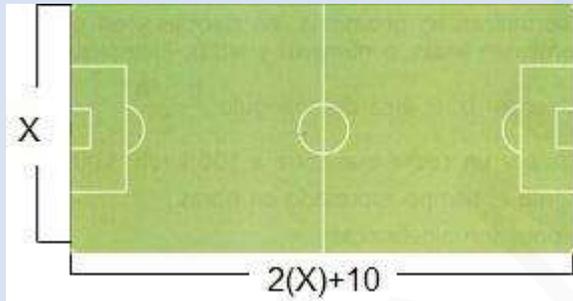
Llamamos x al ancho del campo.

El doble será $2 \cdot x$

Y el doble más 10 m: $2 \cdot x + 10$

Por tanto, $2 \cdot x + 10$ expresa el largo del campo de fútbol.

Las dimensiones de nuestro campo, expresadas en forma algebraica, son:



Si X (variable) toma el valor de 15 metros ¿Cuál es el valor del ancho y del largo de nuestra cancha de fútbol?

Ancho= X

Ancho= 15 metros

Largo = $2 \cdot x + 10$

Largo = $2 \cdot (15 \text{ metros} + 10 \text{ metros})$

Largo = $2 \cdot (25 \text{ metros})$

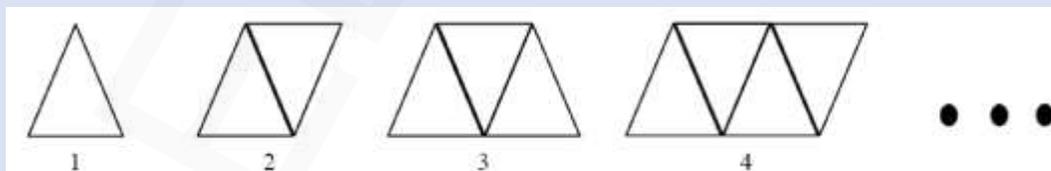
Largo = 30 metros

Conclusión: El lenguaje algebraico utiliza letras, números y signos de operaciones para expresar información.

ACTIVIDAD 3

Se trabajará en forma individual.

Construya la siguiente secuencia con los palitos.

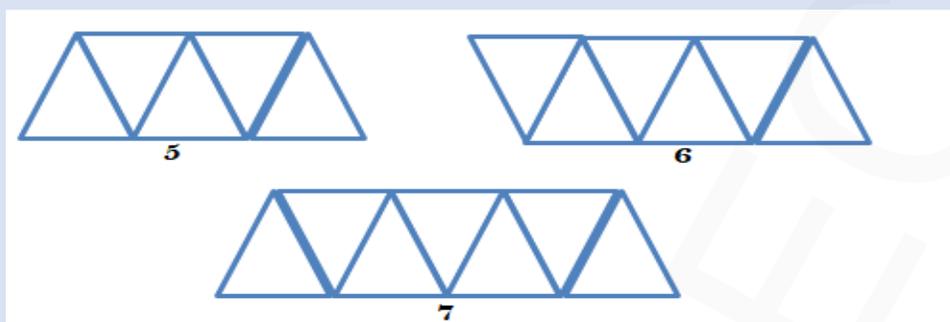


1. ¿cuántos palitos se necesitaron para la construcción de la secuencia?

Llenar la siguiente tabla

Nº de triángulos	1	2	3	4
Nº de palitos	3	5	7	9

2. ¿cómo quedarían las tres próximas figuras de la secuencia?



3. organice los datos en una tabla, donde la primera fila corresponda a al número de triángulos en la secuencia y la segunda fila corresponda al número de palillos usados para su construcción.

Nº de triángulos	5	6	7
Nº de palitos	11	13	15

4. ¿Cuál será el número de palitos para la figura que ocupa la posición 20?
Respuesta 41

5. ¿Qué posición dentro de la secuencia ocupará la figura cuyo número de palitos es de 61?
Respuesta 30

6. ¿Cuál es el menor número de triángulos que pueden conformar una figura de la secuencia? ¿Cuál el mayor número de triángulos?
Respuesta 1 triángulo, (muchos, infinitos, n) triángulos

7. Escriba una fórmula para calcular el número de palitos que se necesitan para construir cualquier figura de la secuencia.

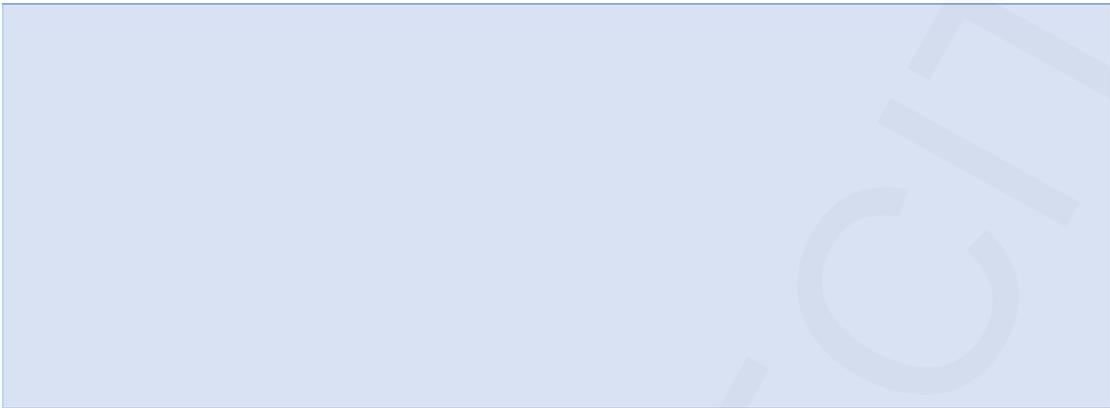
Respuesta: número de palitos es = dos por el número de triángulos más uno (lenguaje habitual).

$P = 2t + 1$ (lenguaje algebraico)

AMPLIACION

1. Asocia a cada uno de los siguientes enunciados una de las expresiones algebraicas:

a) A un número se le quita 7.	$0,2x$
b) El doble de un número más su cuadrado.	$2x + 1$
c) Un múltiplo de 3 menos 1.	$2x + x^2$
d) El 20% de un número.	$1,1x$
e) Cuatro veces un número menos sus dos tercios.	$4x - \frac{2x}{3}$



ANEXO D

SECUENCIA 2

GUIA PEDAGOGICA

SEDE: Centro	SEMANA ACADÉMICA: Del 10 al 21 de Agosto	PERIODO: 2
NOMBRE DEL DOCENTE: Deissy Rocío Amaya Jiménez		
GRUPO: Grado 6 Y 7	ASIGNATURA: MATEMATICAS	
TEMA: concepto de término, monomio, polinomio, operaciones de suma y resta con polinomios	ESTÁNDAR: ➤ Relacionar polinomios con propiedades geométricas de figuras planas y espaciales	

INDICADOR DE DESEMPEÑO:

- Comprende el concepto de termino, monomio y polinomio
- Efectúa adiciones y sustracciones de polinomios.
- Modela situaciones geométricas y de la vida real a través de la adicción y sustracción de polinomios

INTRODUCCIÓN

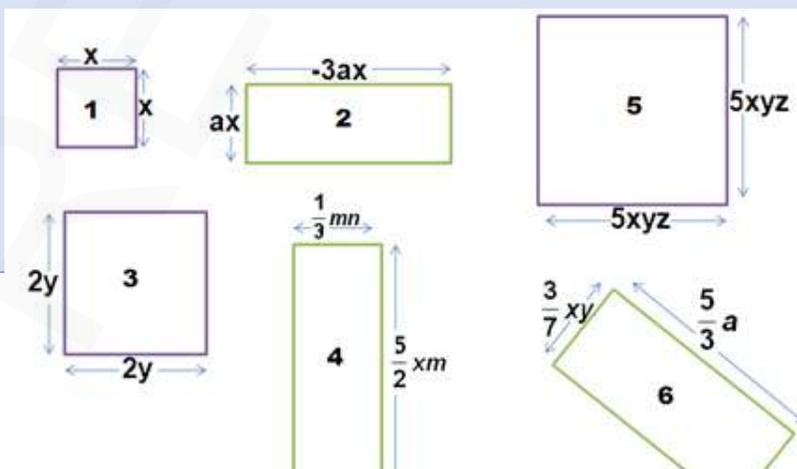
Las fórmulas que se utilizan en geometría, en ciencias y en otras materias son expresiones que contienen letras, o números y letras.

PROCESO DIDÁCTICO

Concepto De Término

ACTIVIDAD 1

Dadas las siguientes figuras.



Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta la construcción de las anteriores figuras.

Sabiendo que el perímetro es la suma de todos los lados de la figura.

Nº	PERÍMETRO	ÁREA
1	$4X$	X^2
2	$2ax-6xz$	$-3ax^2z$
3	$8y$	$4y^2$
4	$2/3mn+5xm$	$5/6m^2nx$
5	$20xyz$	$25x^2y^2z^2$
6	$6/7xy+10/3a$	$15/21axy$

¿Qué característica tienen en común los resultados del área de las figuras geométricas?

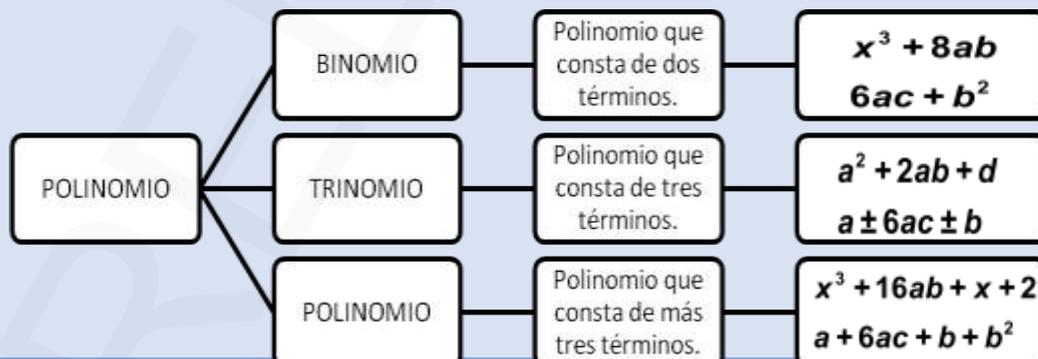
Están compuestos por un factor numérico (coeficiente), por letras con sus exponentes (parte literal).

Al producto del coeficiente con la parte literal se le denomina **Término**.

ACTIVIDAD 2

Concepto De Monomio Y Polinomio

Monomio: es una expresión algebraica que solamente contiene productos de números reales y de potencias de una o varias variables, cuyos exponentes son números enteros positivos. Ejemplo:



Grado de un polinomio:

Absoluto: es el grado de su término de mayor exponente

$x^4 - 5x^2 + xy^2 - 3x$ Grado 4

Con relación a la letra: es el mayor exponente de dicha letra en el polinomio.

$a^6 + a^4x^2 - a^2x^4$
 Grado 4 con respecto a la variable x
 Grado 6 con respecto a la variable a

Clasifique las expresiones algebraicas y completa la siguiente tabla

Expresión algebraica	Nombre del polinomio	Términos	Coefficientes de los términos	grado
$X^2 + 5xyz + 11$	trinomio	$X^2, 5xyz, 11$	1, 5, 11	2
$X + Y$	binomio	X, Y	1, 1	1
$-x^3 + x - x^2 - 1$	polinomio	$-x^3, x, x^2, 1$	-1, 1, 1, 1	3
$5x^2 + 4x^4 - 8x^3 + x - 2$	polinomio	$5x^2, 4x^4, 8x^3, x, 2$	5, 4, 8, 1, 2	4
$5x^2 - 9y^2$	binomio	$5x^2, 9y^2$	5, 9	2
$a^2b + 2c - b^3 - 1$	polinomio	$a^2b, 2c, b^3, 1$	1, 2, 1, 1	3
5	No es polinomio	independiente	5	0
$-a^7 + 2a^3 - 6a + 1$	polinomio	$-a^7, 2a^3, 6a, 1$	-1, 2, 6, 1	7

ACTIVIDAD 3

Suma y resta de polinomios

MATERIAL

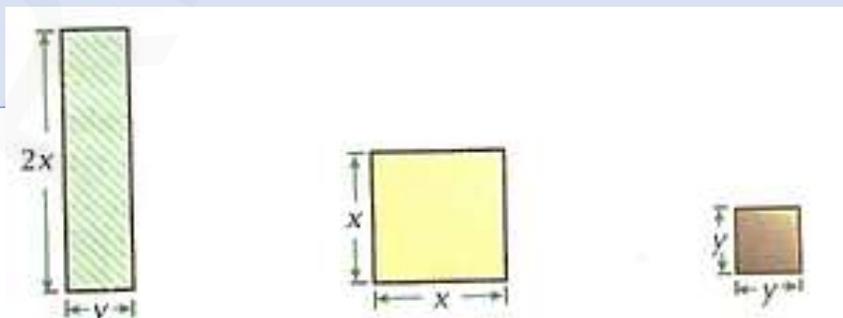
16 fichas color verde

5 fichas color amarillas

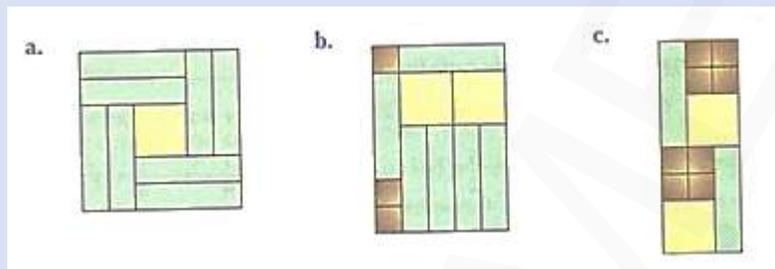
11 fichas color carmelito

Se les darán las siguientes instrucciones

Una fábrica produce las baldosas que aparecen a continuación, con las cuales se elaboran distintos patrones.



Construyan los siguientes patrones.



Hallen el área de cada patrón

Patrón a. $8(2xy) + 1(x^2) = 16xy + x^2$

Patrón b. $6(2xy) + 2(x^2) + 3(y^2) = 12xy + 2x^2 + 3y^2$

Patrón c. $2(2xy) + 2(x^2) + 8(y^2) = 4xy + 2x^2 + 8y^2$

Unan el área de los patrones a, b, c, el área de la región cubierta por ellos será la suma de las aéreas.

$$16xy + x^2$$

$$12xy + 2x^2 + 3y^2$$

$$4xy + 2x^2 + 8y^2$$

$$32xy + 5x^2 + 11y^2$$

Conclusión: la suma o resta de dos o más polinomios es el polinomio formado por la suma o la resta de los términos de cada polinomio. Si hay términos semejantes, se realiza la reducción de tales términos.

Actividad 4

Suprime los paréntesis agrupa términos semejantes y reduzca expresiones algebraicas.

- a. $x^4 + 6x^3 - 2x^3 - (4x^4 + 6x^3 + 3x - 2) + 4x - 5$
 b. $x^3 - 3x^2 + 7 - (x^4 + 2x^2 - 1) - (x^3 - 3x^2 - 2)$

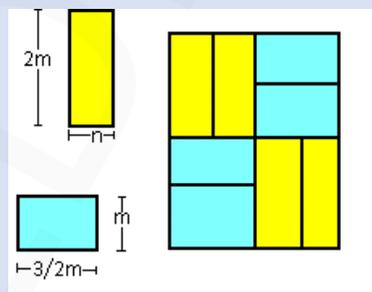
c. Halla los términos que hacen falta.

$$\begin{array}{r} \frac{3}{5}x^4 - \frac{1}{2}x^2 - 7 \\ \square + \frac{1}{4}x^2 + \square \\ \hline -\frac{1}{15}x^4 - \square - 6 \\ -5a^3 + 3a^2b + ab^2 - b^3 \\ \square + \square - \square + \square \\ \hline a^3 + 5a^2b - 2ab^2 - b^3 \end{array}$$

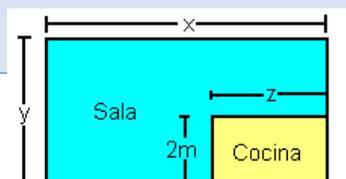
AMPLIACION

AMPLIACIÓN

En la siguiente figura aparecen dos baldosas y un patrón de distribución de ellas. Encuentra el polinomio que corresponde al área del patrón de distribución y evalúo si $m=10\text{cm}$ y $n=7.5\text{ cm}$



La superficie de la sala y la cocina de un apartamento se muestran a continuación



Si se quiere instalar una alfombra en la sala, ¿Cuántos metros cuadrados de alfombra se necesitan?

Si el metro cuadrado de alfombra cuesta \$120000 pesos ¿Cuánto cuesta la alfombra?

ANEXO E

SECUENCIA 3

GUIA PEDAGOGICA

SEDE: Centro	SEMANA ACADÉMICA: Del 24 de agosto al 4 de septiembre	PERIODO: 2
NOMBRE DEL DOCENTE: Deissy Rocío Amaya Jiménez		
GRUPO: Grado 8 Y 9	ASIGNATURA: MATEMATICAS	
TEMA: multiplicación y división de polinomios	ESTÁNDAR: ➤ Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada	
INDICADOR DE DESEMPEÑO:		

- Usa las propiedades de los números reales para multiplicar y dividir polinomios
- Asocia productos de polinomios a áreas, volúmenes y problemas de la vida real.

INTRODUCCIÓN

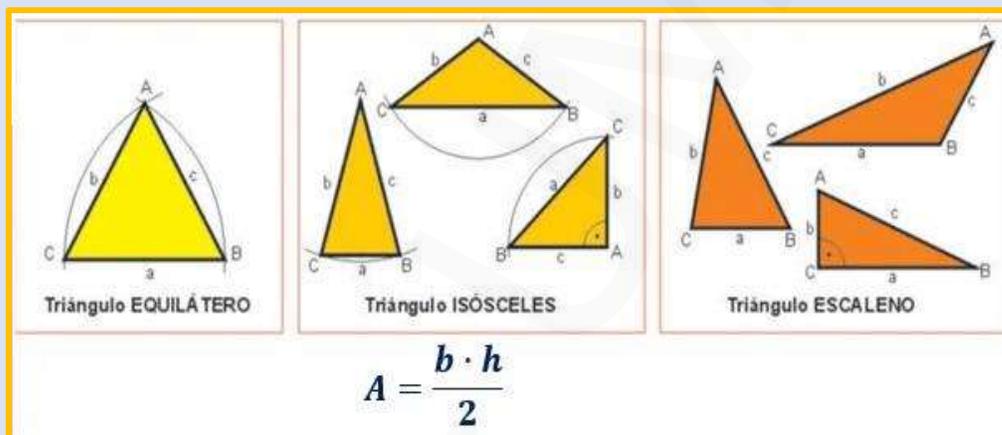
ACTIVIDAD 1

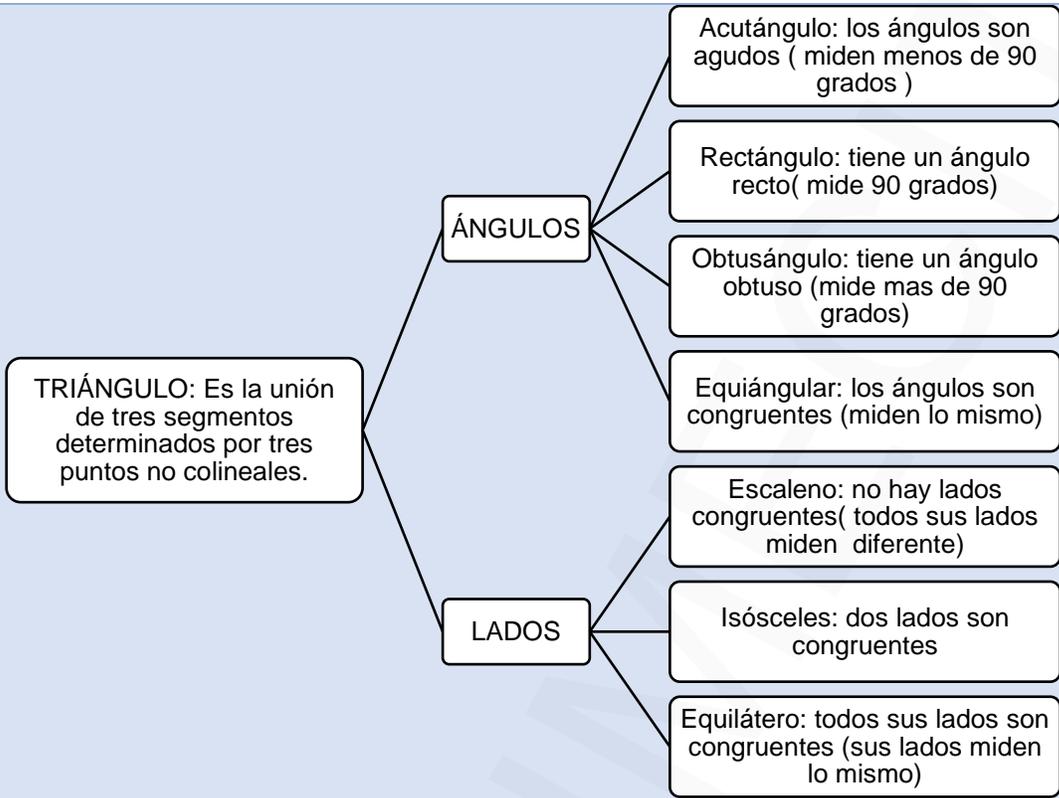
Clasificación de los triángulos y los cuadriláteros

Se recordará el concepto de triángulo, cuadriláteros y su clasificación.

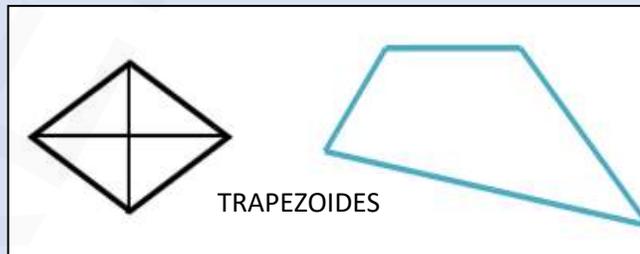
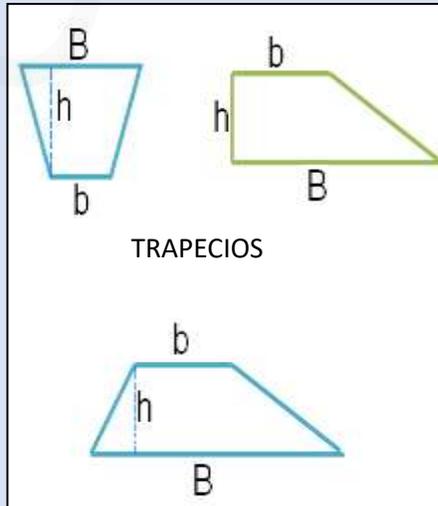
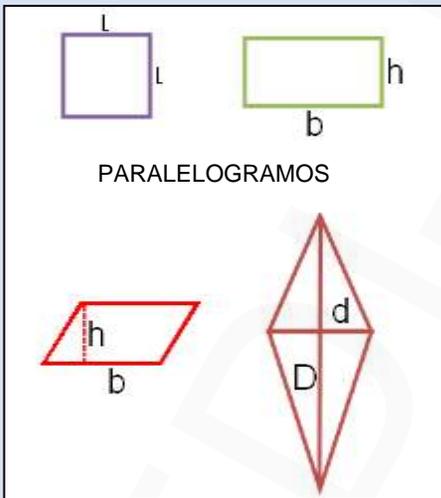
se construirán las siguientes figuras geométricas en papel iris y se inducirá al estudiante a que aprenda significativamente el área de dichas figuras geométricas por medio de la manipulación.

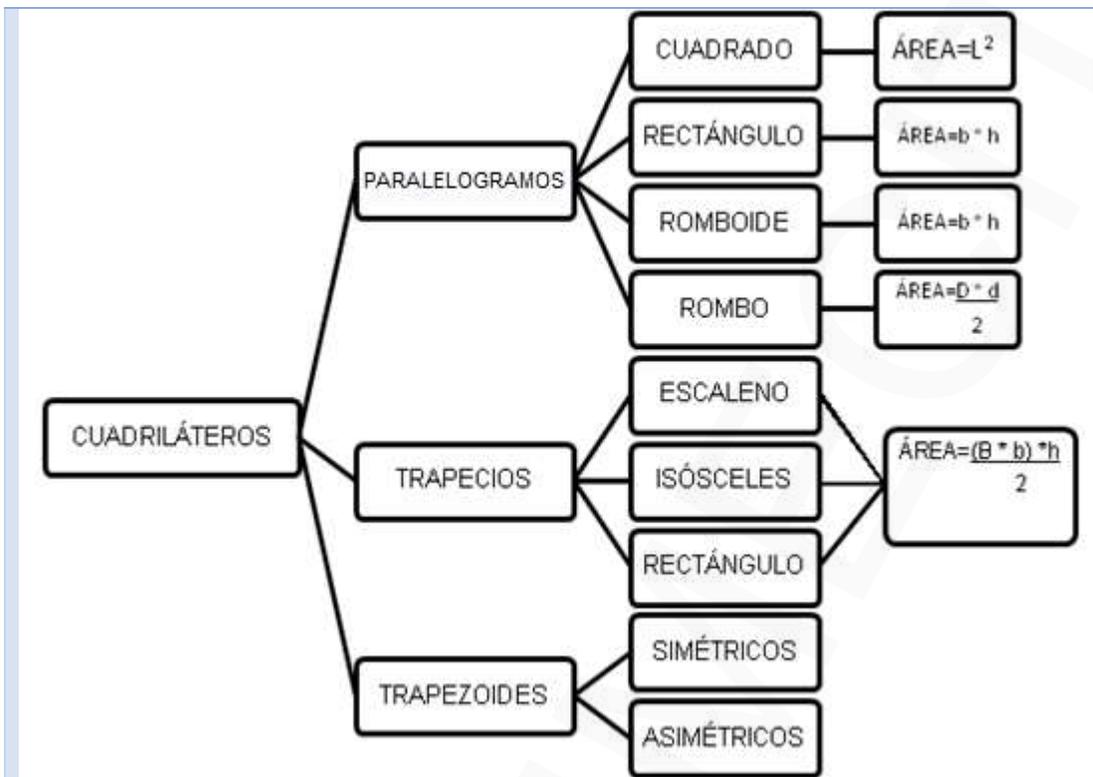
TRIÁNGULOS





CUDRILATEROS





ACTIVIDAD 2

PRODUCTO DE MONOMIOS

SISTEMA CONCRETO

Recordamos el producto en reales ayudándonos de las figuras geométricas ya construidas.

Si tomamos el rectángulo y le damos las siguientes dimensiones, cuál es su área.

$$\frac{1}{2} * 5 = \frac{5}{2}$$

$$\frac{2}{3} * \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

$$0,2 * 5 = 1$$

$$5 * \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

Recordamos como se efectúan productos de potencias de igual base.

$$5^2 * 5^4 = (5 * 5)(5 * 5 * 5 * 5)$$

$$5^6 = 5^{2+4}$$

Conclusión:

En general si a pertenece a los reales y n, m pertenecen a los enteros se cumple:

$$a^n * a^m = a^{n+m}$$

ACTIVIDAD 2

Producto de monomios

Aplicando los anteriores conceptos efectuar:

$$(-5a^2) * (8a^{10}) = (-5) * (8) * (a^2 * a^{10}) = -40a^{12}$$

$$(3x^2 yz)(-6xy^4) = -18x^3 y^5 z$$

$$(6x^2 y_3 z) (-5x^3 y^2 z^2) ((1/2) x^5 yz^4)$$

$$= (6 * -5 * -1/2) x^{2+3+5} y^{3+2+1} z^{1+2+4} \text{ (prop. producto de potencias de igual base)}$$

$$= -15x^{10} y^6 z^7$$

Con respecto a la respuesta

¿De qué forma obtenemos el coeficiente del producto?

El coeficiente de la respuesta es el producto de los coeficientes de los factores.

¿La parte literal de donde resulta?

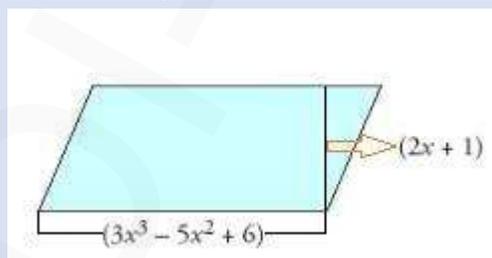
La parte literal de la respuesta es el producto de las variables de los factores, aplicando la ley de exponentes para potencias de igual base.

ACTIVIDAD 3

Multiplicación

Si un romboide tiene de base el primer polinomio y como altura el binomio cual es el área de ese romboide si se asignan las siguientes dimensiones. Desarrollar el área del romboide en forma horizontal y vertical

ACTIVIDAD 4



$$(3x^3 - 5x^2 + 6) \cdot (2x + 1) = 6x^4 - 7x^3 - 5x^2 + 12x + 6$$

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 5x^2 \quad + 6 \\ \quad \quad \quad 2x + 1 \\ \hline 6x^4 - 10x^3 \quad + 12x \\ 3x^3 - 5x^2 \quad + 6 \\ \hline 6x^4 - 7x^3 - 5x^2 + 12x + 6 \end{array}$$

$$(2x^2 + x - 3) \cdot (x^2 - 2) = 2x^4 + x^3 - 7x^2 - 2x + 6$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + x - 3 \\ \quad \quad \quad x^2 \quad - 2 \\ \hline -4x^2 - 2x + 6 \end{array}$$

División de polinomios

Para dividir dos monomios debemos tener en cuenta cómo se dividen potencias de la misma base. En general, $a^m : a^n = a^{m-n}$

División:

$$\begin{array}{r} \overline{6x^4 - 4x^3 + 11x^2 + 4x - 5} \\ -6x^4 + 4x^3 - 2x^2 \\ \hline 0 \quad 0 \quad +9x^2 + 4x - 5 \\ \quad \quad -9x^2 + 6x - 3 \\ \quad \quad \hline \quad \quad 0 \quad +2x - 8 \\ \quad \quad \quad \quad \text{Resto} \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{3x^2 - 2x + 1} \\ 2x^2 + 3 \text{ Cociente} \end{array}$$

Pasos para desarrollar una división

1º.- Dividimos el primer término del dividendo entre el primer término del divisor. Obtenemos el primer término del cociente. $6x^4 : 3x^2 = 2x^2$

2º.- Multiplicamos el cociente por todos los términos del divisor y los resultados los colocamos cambiados de signo en el dividendo. Cada término debajo del que tenga su mismo grado.

3º.- Sumamos y comenzamos de nuevo. $9x^2 : 3x^2 = 3$

4º.- Se acaba cuando el grado del dividendo es menor que el del divisor.

5º.- Comprobación: $\boxed{\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{cociente} + \text{resto}}$

6º.- Si el resto es cero la división es exacta, el dividendo es un múltiplo del divisor.

Hacer las siguientes divisiones de polinomios

$$\begin{array}{r} \text{a) } (x^5 + 7x^3 - 5x + 1) : (x^3 + 2x) \\ \begin{array}{r} x^5 + 7x^3 - 5x + 1 \\ -x^5 - 2x^3 \\ \hline 5x^3 - 5x \\ -5x^3 - 10x \\ \hline -15x + 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{x^3 + 2x} \\ x^2 + 5 \leftarrow C(x) \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } (x^3 - 5x^2 + x) : (x^2 - 1) \\ \begin{array}{r} x^3 - 5x^2 + x \\ -x^3 \quad \quad + x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{x^2 - 1} \\ x - 5 \leftarrow C(x) \end{array} \end{array}$$

AMPLIACION

Ejercicio de ampliación

Determina el factor desconocido

a) $2a^3b \dots\dots\dots = 30a^4b^5$

b) $-3x^3y^4z \dots\dots\dots = 6y^4z^3$

c) $\dots\dots\dots 4ab^2 = -20a^4b^3c$

d) $\dots\dots\dots (3x - 5) = 9x^2 - 5x$

e) $3m (27m + \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots + 3m$

f) $(a + \dots\dots\dots)(a + 4) = \dots\dots\dots + 7a + 12$

ANEXO F

SECUENCIA 4

GUIA PEDAGOGICA

SEDE: Centro	SEMANA ACADÉMICA: Del 24 de agosto al 4 de septiembre	PERIODO: 2
NOMBRE DEL DOCENTE: Deissy Rocío Amaya Jiménez		
GRUPO: Grado 8 Y 9	ASIGNATURA: MATEMATICAS	
TEMA: Cuadrado de la suma de dos cantidades y el cuadrado de la diferencia de dos cantidades	ESTÁNDAR: <ul style="list-style-type: none">➤ Relacionar polinomios con propiedades geométricas de figuras planas y espaciales	
INDICADOR DE DESEMPEÑO: <ul style="list-style-type: none">➤ Identifica los productos notables (Cuadrado de la suma de dos cantidades y el cuadrado de la diferencia de dos cantidades) y logra desarrollarlos.➤ Reconoce propiedades geométricas asociadas al Cuadrado de la suma de dos cantidades y el cuadrado de la diferencia de dos cantidades.		
INTRODUCCIÓN		
CUADRADO DE LA SUMA DE DOS CANTIDADES		
Desarrollen las siguientes operaciones indicadas		

$$a.(3+5)2 =$$

$$d.3^2 + 5^2 =$$

$$b.(6+9)2 =$$

$$e.6^2 + 9^2 =$$

$$c.(5+8)2 =$$

$$f.5^2 + 8^2 =$$

1. Las expresiones a-d , b-e y c-f son iguales?

No porque al hacer las operaciones respectivas el resultado de cada una de las expresiones es diferente.

CUADRADO DE LA SUMA DE DOS CANTIDADES

ACTIVIDAD 1:

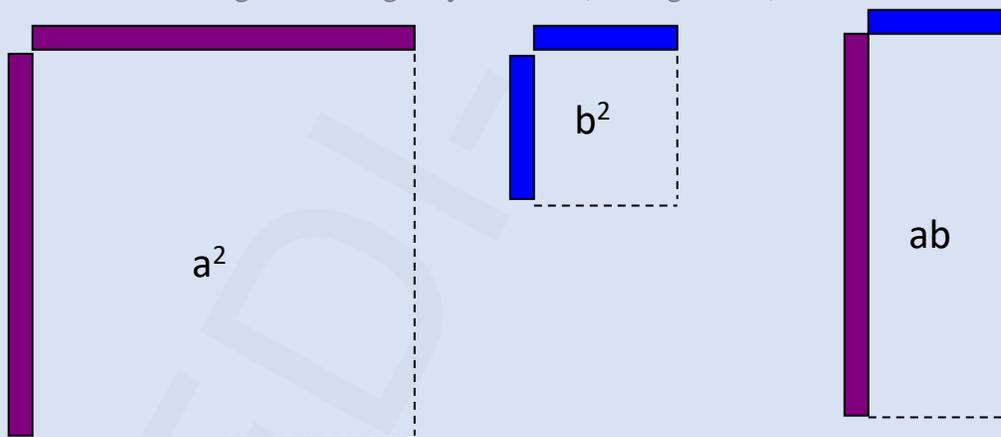
Método geométrico

Sistema concreto

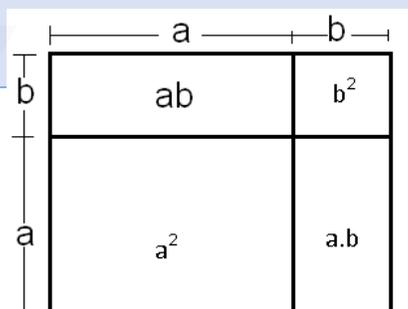
Cada estudiante construirá dos tiras de diferentes colores y tamaños.



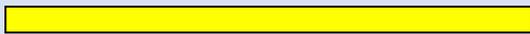
Luego se Tomará la tira de longitud a y la tira de longitud b y luego construirá en cartulinas recortadas un cuadrado de a unidades de lado, es decir, de lado a (cuadrado a^2) y un cuadrado de b unidades de lado, es decir, de lado b (cuadrado b^2) y también recorta dos rectángulos de largo a y ancho b (rectángulo $a.b$).



Toma ahora estas cuatro figuras y únelas formando un cuadrado

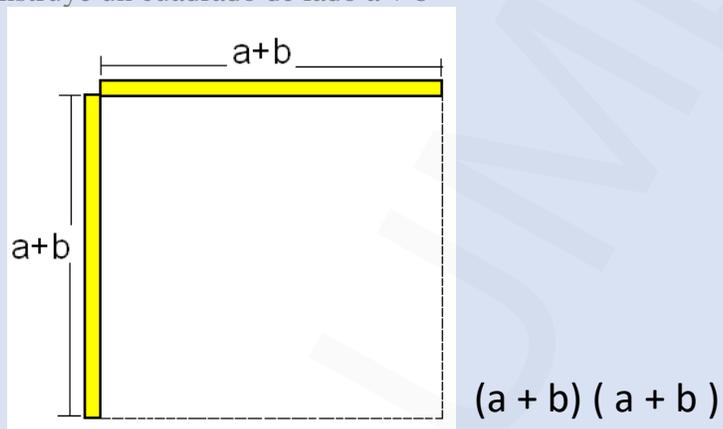


Luego une ahora a con b, obtendrás una nueva tira de longitud $a + b$



Cámbiala por una sola tira de este tamaño.

Ahora construye un cuadrado de lado $a + b$



(Socas, Martín Manuel.(1989). Iniciación al álgebra. Madrid. Editorial SINTESIS S.A. Pág.150)

Sistema conceptual

1. ¿Cuál es el área del cuadrado de la figura 1?
 $a^2 + 2 ab + b^2$
2. ¿Cuál es el área del cuadrado de la figura 2?
 $(a + b) \cdot (a + b)$
3. Al comparar el área de la figura 1 y el área de la figura 2 ¿qué se puede concluir?
 $a^2 + 2 ab + b^2 = (a + b) \cdot (a + b)$
4. ¿De qué otra forma podrías escribir la expresión del lado derecho de la igualdad?
 $(a + b)^2$

Sistema simbólico

5. Escribe nuevamente la igualdad anterior pero ahora con esta nueva expresión

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

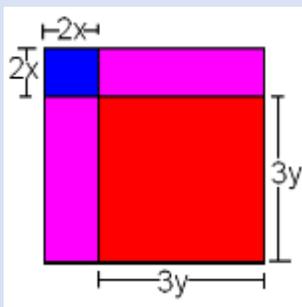
6. ¿Se cumplirá siempre cualesquiera que sean las dimensiones de la figura?
Si se cumple

7. ¿cómo quedaría la expresión anterior en palabras?

El cuadrado de la suma de dos términos es igual al cuadrado del primer término, más dos veces el primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo término.

EJERCITACIÓN DEL TEMA

Encuentra el área de la siguiente figura



Desarrolla cada expresión aplicando productos notables

a. $\left(\frac{5}{6}a^2bc + \frac{3}{2}ab^2c\right)^2$

b. $\left(\frac{4}{7}x + \frac{7}{3}\right)^2$

CUADRADO DE LA DIFERENCIA DE DOS CANTIDADES

ACTIVIDAD 2:

- | | | | |
|----|------------|----|------------|
| a. | $(6-9)^2=$ | d. | $6^2-9^2=$ |
| b. | $(2-7)^2=$ | e. | $2^2-7^2=$ |
| c. | $(3-6)^2=$ | f. | $3^2-6^2=$ |

Las expresiones a-d , b-e y c-f son iguales?

No porque al hacer las operaciones respectivas el resultado de cada una de las expresiones es diferente.

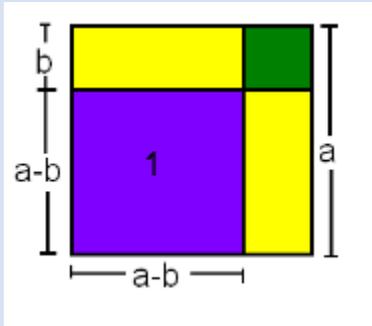
CUADRADO DE LA DIFERENCIA DE DOS CANTIDADES

ACTIVIDAD 3

Método geométrico

Sistema concreto

Halle las dimensiones que hacen falta en la siguiente figura y halle el área



Sistema conceptual

1. ¿Cuál es el área del cuadrado de la figura 1?
 $(a - b) \cdot (a - b)$
2. ¿De qué otra forma podrías escribir la expresión anterior?
 $(a - b)^2$

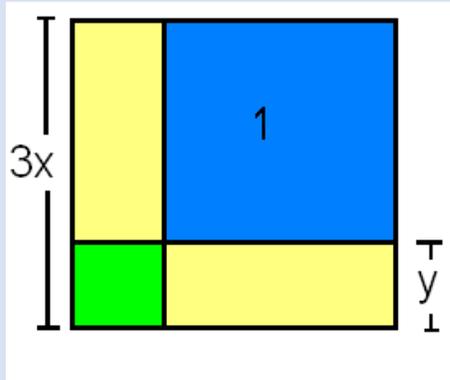
Sistema simbólico

3. Al desarrollar la expresión anterior que obtendríamos
$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a - b) \cdot (a - b) \\ &= a(a - b) - b(a - b) \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$
4. ¿Se cumplirá siempre cualesquiera que sean las dimensiones de la figura?
Si se cumple
5. ¿cómo quedaría la expresión anterior en palabras?

El cuadrado de la diferencia de dos términos es igual al cuadrado del primer término, menos dos veces el primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo término.

AMPLIACIÓN

1. Encuentra el área de la siguiente figura



2. Desarrolla cada expresión aplicando productos notables

- $(5z-3y^2)^2$
- $(6x^2-1/2xy)^2$
- $(1/2x^3-1/3y^2)^2$

ANEXO G

SECUENCIA 5

GUIA PEDAGOGICA

SEDE: Centro	SEMANA ACADÉMICA: Del 24 de agosto al 4 de septiembre	PERIODO: 2
NOMBRE DEL DOCENTE: Deissy Rocío Amaya Jiménez		
GRUPO: Grado 8 Y 9	ASIGNATURA: MATEMATICAS	
TEMA: suma por diferencia de dos cantidades y el cubo de la suma de dos cantidades.	ESTÁNDAR: ➤ Relacionar polinomios con propiedades geométricas de figuras planas y espaciales.	

INDICADOR DE DESEMPEÑO:

- Identifica y desarrolla la suma por diferencia de dos cantidades y el cubo de la suma de dos cantidades.
- Reconoce las propiedades que se aplican al desarrollar la suma por la diferencia de dos cantidades y el cubo de la suma de dos cantidades
- Reconoce propiedades geométricas asociadas a la suma por la diferencia de dos cantidades y el cubo de la suma de dos cantidades

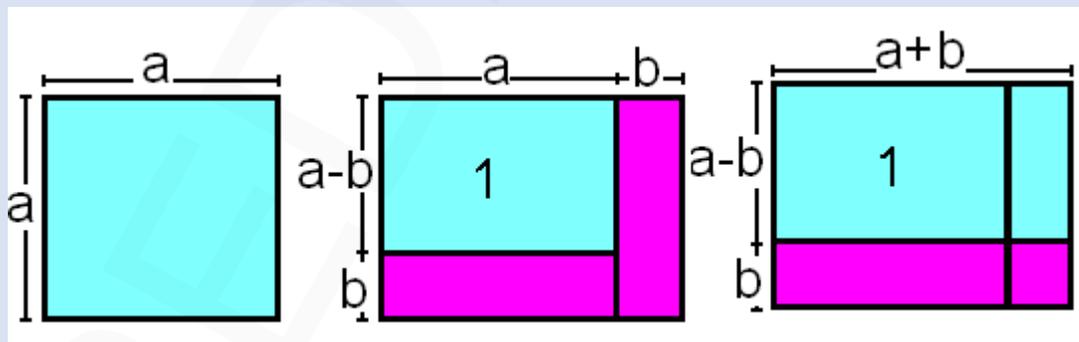
PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE DOS CANTIDADES

ACTIVIDAD 1

MÉTODO GEOMÉTRICO (CARMEN SAMPER; PÁG. 77)

Producto de la suma por la diferencia de un binomio

Se tendrán en cuenta los siguientes patrones y se seguirán los pasos indicados



- ¿Qué dimensiones tiene la región azul de la tercera figura?

(a-b) y (a+b)

- Exprese el área de dicha región

$$\begin{aligned}(a-b) \cdot (a+b) &= \\ &= a(a+b) - b(a+b) \\ &= a^2 + ab - ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

Que se puede concluir de la expresión anterior.

El producto de dos binomios que únicamente difieren en el signo de uno de los términos, es igual al cuadrado del término cuyos signos son iguales, menos el cuadrado del término cuyos signos son diferentes.

ACTIVIDAD 2

Método aritmético

- Verifica que la regla anterior sea válida, reemplazando las variables por los valores dados.

- | | |
|-----------------|-------------------|
| 1. $a=4, b=7$ | 3. $a=-3, b=9$ |
| 2. $a=-5, b=-6$ | 4. $a=3/8, b=1/4$ |

se cumple la regla anterior para estos datos.

Transforma en diferencia de cuadrados:

a) $\left(3x + \frac{1}{2}\right)\left(3x - \frac{1}{2}\right)$

b) $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$

c) $\left(\frac{x}{2} + y\right)\left(\frac{x}{2} - y\right)$

d) $(x^2 - x)(x^2 + x)$

a) $\left(3x + \frac{1}{2}\right)\left(3x - \frac{1}{2}\right) = 9x^2 - \frac{1}{4}$

b) $(x^2 + 1)(x^2 - 1) = x^4 - 1$

c) $\left(\frac{x}{2} + y\right)\left(\frac{x}{2} - y\right) = \frac{x^2}{4} - y^2$

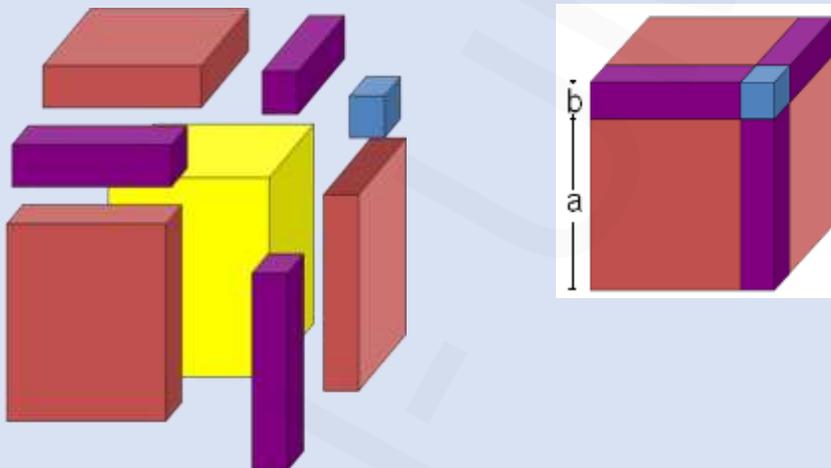
d) $(x^2 - x)(x^2 + x) = x^4 - x^2$

CUBO DEL BINOMIO $(A + B)^3$

ACTIVIDAD 3

Método geométrico

Construya un cubo con las siguientes figuras



¿Cuál es el volumen del cubo?

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Método algebraico

➤ Verificar algebraicamente

$$(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b) = (a+b)^2(a+b)$$

$$(a^2 + 2ab + b^2)(a+b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Método aritmético

- Verifica que la regla anterior sea válida, reemplazando las variables por los valores dados.

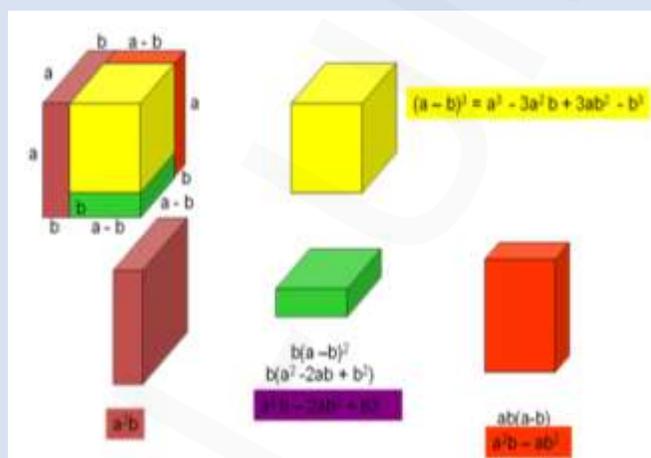
1. $a=5$, $b= 2$
2. $a=-3$, $b=-6$
3. $a=-6$, $b= 9$
4. $a=3/8$, $b= 1/4$

ACTIVIDAD 4

En lenguaje habitual

Como quedaría en palabras esta regla: $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

CUBO DEL BINOMIO (A - B)³



¿Cuál es el volumen del cubo amarillo?

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Método algebraico

- Verificar algebraicamente

$$(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b) = (a-b)^2(a-b)$$
$$(a^2 - 2ab + b^2)(a-b) = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Método aritmético

- Verifica que la regla anterior sea válida, reemplazando las variables por los valores dados.

3. $a=1/2, b= 3/4$

3. $a=-6, b= 9$

4. $a=-3, b=-6$

4. $a=3/8, b= 1/4$

ACTIVIDAD 6

En lenguaje habitual

Como quedaría en palabras esta regla:

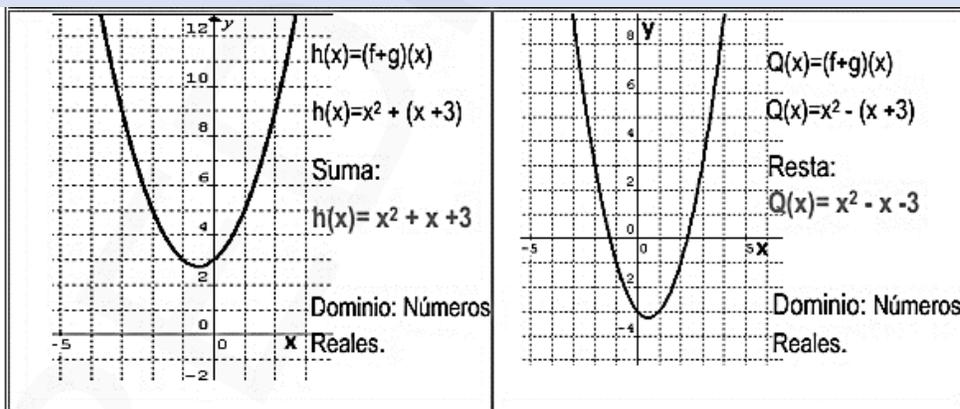
$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

ANEXO H

SECUENCIA 6		
GUIA PEDAGOGICA		
SEDE: Centro	SEMANA ACADÉMICA: Del 24 de agosto al 4 de septiembre	PERIODO: 2
NOMBRE DEL DOCENTE: Deissy Rocío Amaya Jiménez		
GRUPO: Grado 10 Y 11	ASIGNATURA: MATEMATICAS	
TEMA: Operaciones entre funciones.	ESTÁNDAR: ➤ Análisis de las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales	
INDICADOR DE DESEMPEÑO:		
➤ Reconoce la definición de función, su clasificación y las operaciones con funciones.		
➤ Representa situaciones utilizando funciones		

OPERACIONES CON FUNCIONES: ADICIÓN, PRODUCTO O COCIENTE Y COMPOSICIÓN.

Si dos funciones f y g están definidas para todos los números reales (\mathbb{R}), entonces es posible hacer operaciones numéricas como la suma, resta, multiplicación y división (cociente) con $f(x)$ y $g(x)$.



PRODUCTO O COCIENTE DE FUNCIONES.

$f(x)$ y $g(x)$ son dos funciones definidas para todos los números reales.

PRODUCTO de dos funciones:

$$h(x) = (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

El dominio de la función producto de las dos funciones es:

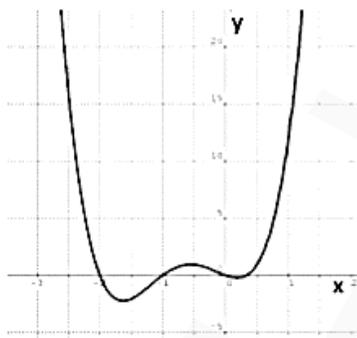
$$\text{Dom. } h(x) = [\text{Dom } f(x) \cap \text{Dom. } g(x)]$$

PRODUCTO.

$$h(x) = (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$h(x) = (f \cdot g)(x) = (3x^2 + 5x - 2)(x^2 + x)$$

$$h(x) = (f \cdot g)(x) = 3x^4 + 8x^3 + 3x^2 - 2x$$



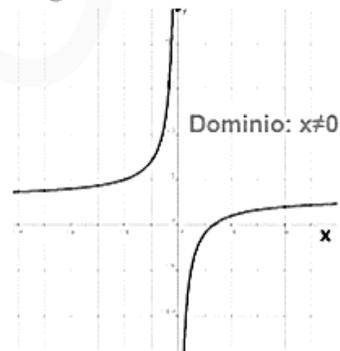
Dominio: Números Reales

COCIENTE.

$$h(x) = \frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$h(x) = \frac{f}{g}(x) = \frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 + x}$$

$$h(x) = \frac{f}{g}(x) = 3 - \frac{2}{x}$$

**Ampliacion**

1.- Sea $f(x) = x^2 - 4$ y $g(x) = x + 2$,

2.- Sea $f(x) = x - 2$ y $g(x) = 5x + \sqrt{x}$

3.- Sea $f(x) = x^2 - 6x + 4$ y $g(x) = -3 + 4x$

4.- Sea $f(x) = \frac{x^3}{3}$ y $g(x) = x^2 + 1$

encontrar: a) $(f+g)(x)$

b) $(f-g)(x)$

c) $(f \cdot g)(x)$

d) $(f/g)(x)$

ANEXO I

INSTITUTO TÉCNICO AGROPECUARIO ANTONIO NARIÑO
AREA: MATEMATICAS
PRUEBA FINAL

NOMBRE _____ GRADO _____
FECHA Y HORA _____

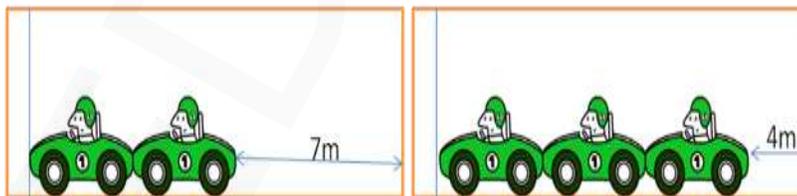
OBJETIVO: Identificar la apropiación de conocimientos y procesos de álgebra que utilizan los estudiantes del grado octavo, del INSTITUTO TÉCNICO AGROPECUARIO ANTONIO NARIÑO SACAMA. Luego de la aplicación de las secuencias didácticas.

INSTRUCCIONES GENERALES

1. La prueba está estructurada de la siguiente manera:
 - Preguntas de selección múltiple con única respuesta.
 - Para cada pregunta se presentan cuatro alternativas de respuesta de las cuales solo una es correcta.
 - Encierre en una circunferencia la letra que corresponde a la respuesta correcta.
2. Realice los procedimientos necesarios y operaciones en la misma hoja.
3. El tiempo disponible para contestar la prueba es de 45 minutos

SELECCIÓN MÚLTIPLE CON ÚNICA RESPUESTA

1. Todos los coches son iguales. El largo del tablero izquierdo mide lo mismo que el derecho. Expresa simbólicamente esta situación.



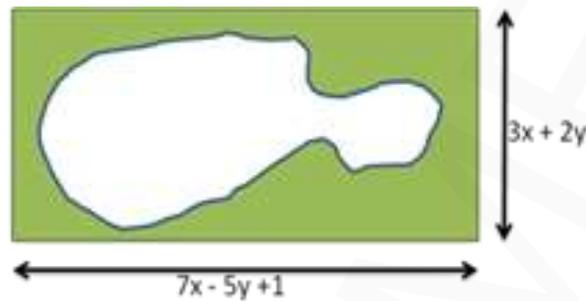
a) $2x + 4m = 3x + 7m$

- b) $2x + 7m = 3x + 4m$
- c) $x + 7m = x + 4m$
- d) $2x + 7m = 2x + 4m$

2. El largo de cada coche es:

- b. 6m
- b. 4.5 m
- c. $1/3$ m
- d. 3m

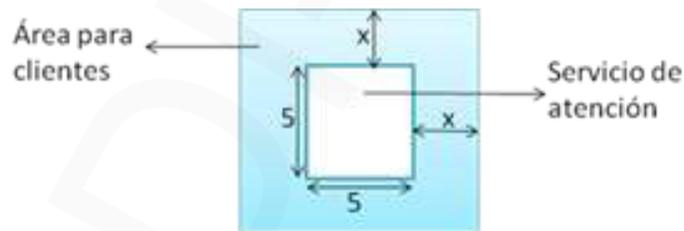
El señor Villamizar desea cercar con una malla la pista de carros, la cual tiene las siguientes dimensiones:



3. La longitud de la malla que debe comprar es:

- a) $14x + 6y$
- b) $20x - 10x - 2$
- c) $7x - 2y + 2$
- d) $20x - 6y + 2$

En un centro comercial se desea adecuar un local para poner una heladería, y el plano que se sugirió es el siguiente:



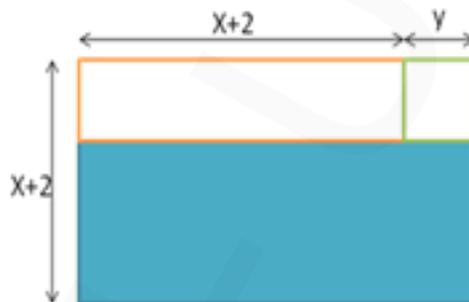
4. Se desea poner un tapete en la zona de atención a clientes, para tal efecto se propone idear una forma para calcular la cantidad de metros cuadrados de tapete que se debe comprar:

- a) Sumando dos rectángulos cuyas áreas son $5x$, con dos rectángulos cuyas áreas son $5x$ y dos cuadrados cuyas áreas sean $x \cdot x$.
- b) Sumando dos rectángulos cuyas áreas son $(5+2x)$ y agregándole los otros dos rectángulos cuyas áreas son $5x$.
- c) Sumando los dos rectángulos cuyas áreas son $(5+2x)x$ cada una y agregándole los otros dos rectángulos donde cada área es de $5x$.
- d) Sumando un rectángulo cuya área es $2(5+x)x$ con dos rectángulos donde cada área es de $5x$.

5. El área del local destinado para los clientes se puede representar como:

- a) $(5+x)^2$, porque se halla el área total del local
- b) $4(5+x)$ ya que los cuatro lados de la heladería miden lo mismo, entonces los podemos sumar cuatro veces.
- c) $4x^2+20x$ que equivale al área del cuadrado mayor menos el área del cuadrado menor.
- d) $(2x+5)^2$, porque se multiplica la base por la altura del cuadrado mayor.

6. Se muestran a continuación las dimensiones de un rectángulo. La expresión algebraica que permite determinar el área de la parte sombreada de la siguiente figura es:



- a) $(x+2)y + (x+2)$
- b) $x^2 + 4x - y^2 + 4$
- c) $x^2 + 4x - 2y - y^2 + 4$
- d) $x^2 + 4x + xy + 2y + 4$

ANEXO J
PLAN DE PRUEBA FINAL

# ITE M	SUBTEMA	INTENCIÓN TIPO DE ERROR
1	NATURALEZA Y SIGNIFICADO DE SÍMBOLOS Y LETRAS	Se pretende encontrar si los estudiantes tienen problemas de falta de interpretación de los símbolos o letras en el algebra
2	IGUALDADES	Se pretende encontrar si el estudiante comprende el significado del signo igual en algebra
3 y 4	OPERACIONES CON POLINOMIOS Y CUADRADO DE LA SUMA DE DOS CANTIDADES	Se pretende encontrar si los estudiantes tienen problemas de falta de clausura de las operaciones en algebra, o si ignoran las letras.
5	CUADRADO DE LA SUMA DE DOS CANTIDADES	Se pretende encontrar si el estudiante comete errores relativos al uso de recíprocos.
6	SUMA POR DIFERENCIA DE DOS CANTIDADES	Se pretende identificar los errores cometidos por el estudiante al aplicar la propiedad distributiva con respecto a las operaciones con polinomios.

ANEXO K

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo, _____, identificado (a) con cédula de ciudadanía número _____ de _____, en mi condición padre/madre o de representante legal o patria potestad del menor _____, identificado (a) con Tarjeta de Identidad número _____, del grado: _____ del Instituto Técnico Agropecuario Antonio Nariño de Sácama en el departamento de Casanare, teniendo en cuenta que, ante el estado de Emergencia Económica, Social y Ecológica en todo el territorio nacional decretado por parte del señor Presidente de la República debido al brote del nuevo coronavirus (SRAS-COV-2), lo cual obliga a tomar medidas urgentes como el aislamiento que se viene dando en el país y en aras de garantizar el derecho a la educación, autorizo a la docente AMAYA JIMÉNEZ DEISSY ROCIO C.C 1052381116. Para que mediante el uso de diferentes recursos físicos (fotocopias, guías, encuestas) y/o tecnológicos (Correo electrónico, WhatsApp, Classroom, , Meet, redes sociales y otros) este en contacto con mi hija (o)/representado(a) para que pueda realizar las actividades de socialización, explicación, aclaración de dudas, clases virtuales, respecto al desarrollo académico de los talleres asignados y registre en fotos, videos, capturas de pantalla como evidencia las estrategias usadas dando continuidad a su labor académica.

Teniendo en cuenta lo anterior, De manera voluntaria autorizo, previa, explícita, informada e inequívoca a la docente, para el manejo de los datos del menor de edad y el tratamiento de recolectar, transferir, almacenar, depurar, usar, analizar, circular, actualizar, suprimir y cruzar información, directa a través de terceros, especialmente,

aquellos que son definidos como Datos Sensibles, tal y como lo dispone el Art. 15 de la Constitución Política Nacional, la Ley estatutaria 1581 de 2012, y sus Decretos reglamentarios, Decreto 1727 de 2009, Decreto 2952 de 2010, Decreto 1377 de 2013 y Decreto 886 de 2014; con la finalidad de atender adecuadamente las actividades académicas y de Investigación dentro del Proyecto

“ENSEÑANZA DE PROCESOS ALGEBRAICOS EN EDUCACIÓN BASICA (6 A 9) Y EDUCACIÓN MEDIA”.

Mi aceptación explícita se materializa a través de la firma y diligenciamiento de este formato.

Firma

C.C. No.
